PROVA DE MATEMÁTICA
CADERNO 1 – UFMG 2010

QUESTÃO 49

Por razões antropológicas desconhecidas, certa comunidade utilizava uma unidade de área singular, que consistia em um círculo, cujo raio media 1 cm, e a que se dava o nome de anelar. Adotando-se essa unidade, é **CORRETO** afirmar que a área de um quadrado, cujo lado mede 1 cm, é

A) $1/\pi$ anelar
B) $1/2\ \pi$ anelar
C) 1 anelar
D) π anelares

Gabarito: **A**

Comentários:

Basta callocar a razão entre as áreas do quadrado que é de $1cm^2$ pelo do círculo que é de $\pi\ cm^2$.

QUESTÃO 50

O preço de venda de determinado produto tem a seguinte composição: 60% referentes ao custo, 10% referentes ao lucro e 30% referentes a impostos. Em decorrência da crise econômica, houve um aumento de 10% no custo desse produto, porém, ao mesmo tempo, ocorreu uma redução de 20% no valor dos impostos. Para aumentar as vendas do produto, o fabricante decidiu, então, reduzir seu lucro à metade. É **CORRETO** afirmar, portanto, que, depois de todas essas alterações, o preço do produto sofreu **redução** de

A) 5%
B) 10%
C) 11%
D) 19%

Gabarito: **A**

Comentários:

Se basearmos no preço de R$ 100,00, teremos que o custo é de R$ 60,00, lucro R$ 10,00 e impostos R$ 30,00. Houve um aumento de 10% no custo, então terei agora R$ 66,00, reduzi os lucros à metade, R$ 5,00 e com uma redução de 20% nos impostos, terei agora R$ 24,00, pois é sobre o valor pago(R$ 30,00). Somando-se todos os valores, encontraremos R$ 95,00, ou seja, uma redução de 5% em relação ao valor anterior.

QUESTÃO 51

Considere a função

$$f(x) = \begin{cases} x \; se \; x \; \acute{e} \; racional \\ \dfrac{1}{x} \; se \; x \; \acute{e} \; irracional \end{cases}$$

Então é **CORRETO** afirmar que o **maior** elemento do conjunto

$$\left\{f\left(\frac{7}{31}\right), f(1), f(3{,}14), f\left(\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}\right)\right\} \text{ é}$$

A) $f\left(\frac{7}{31}\right)$
B) $f(1)$
C) $f(3{,}14)$
D) $f\left(\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}\right)$

Gabarito: **C**

Comentários:

A alternativa **a** é um número racional menor que 1, a alternativa **b** é um número racional igual 1, ou seja , até então é o maior valor do conjunto. A alternativa **c** é um número racional e maior que 1 ou seja, até então o maior valor do conjunto. A alternativa **d** é um número irracional maior que 1, mas como sua imagem é 1/x, teremos um valor menor que 1, logo, é a alternativa **c** que iremos ter o maior valor.

QUESTÃO 52

Em uma indústria de velas, a parafina é armazenada em caixas cúbicas, cujo lado mede *a*. Depois de derretida, a parafina é derramada em moldes em formato de pirâmides de base quadrada, cuja altura e cuja aresta da base medem, cada uma, a/2. Considerando-se essas informações, é **CORRETO** afirmar que, com a parafina armazenada em apenas **uma** dessas caixas, enche-se um **total** de

A) 6 moldes
B) 8 moldes
C) 24 moldes
D) 32 moldes

Gabarito: **C**

Comentários:

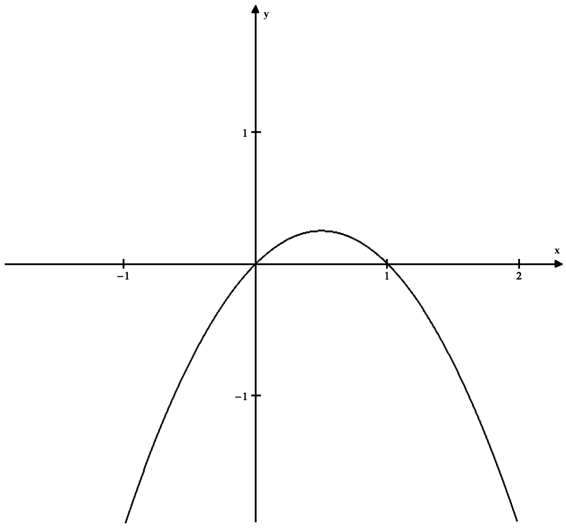
Temos que o volume do cubo é a^3 e que o valor do volume de uma pirâmide é (área da base x altura)/3, no caso dessa pirâmide teremos um volume de $a^3/24$, logo a razão entre os volumes do cubo e a pirâmide será 24.

QUESTÃO 53

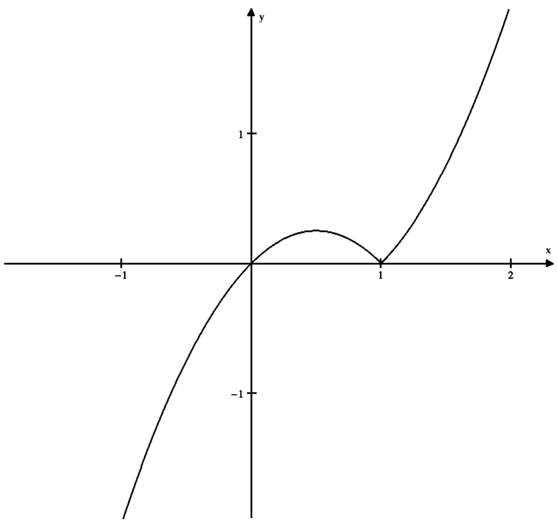
Considere a função: f(x) = x |1 – x|.
Assinale a alternativa em que o gráfico dessa função está **CORRETO**

Gabarito: **B**

Comentários:
Vamos visualizar o gráfico da função f(x) = x(1 – x):

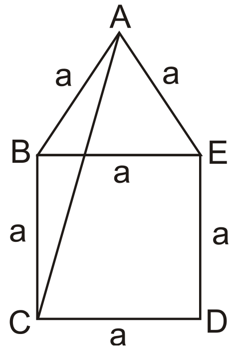


Em relação a função f(x) = x |1 – x|, para valores x < 0 iremos obter uma imagem negativa uma vez que temos um produto de um valor negativo com um módulo que fornecerá sempre um valor positivo, temos que no intervalo entre 0 e 1 não haverá mudança de imagem, pois o produto de x com |1 – x| teremos sempre valores positivos e que para valores x > 1 sempre teremos uma imagem positiva em função do módulo. Para valores maiores que 1, teremos uma imagem "rebatida" em relação ao gráfico acima, pois quando 1 – x deveria fornecer valores negativos, o módulo os torna positivo. Logo o gráfico terá essa aparência:



QUESTÃO 54

Nesta figura plana, há um triângulo equilátero, ABE, cujo lado mede *a*, e um quadrado, BCDE, cujo lado também mede *a* :



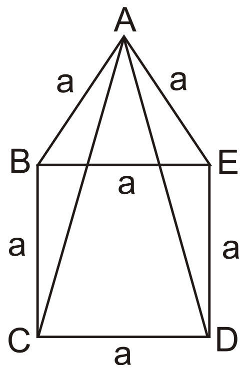
Com base nessas informações, é **CORRETO** afirmar que a área do triângulo ABC é

A) $a^2 / 3$
B) $a^2 / 4$
C) $\frac{\sqrt{3}\, a^2}{4}$
D) $\frac{\sqrt{3}\, a^2}{8}$

Gabarito: **B**

Comentários:

A melhor maneira seria calcular a soma das áreas do quadrado e do triângulo eqüilátero e subtrairmos a área do triângulo ACD e o resultado dividirmos por 2, pois a diferença entre as áreas são os triângulos ABC e AED, que são congruentes.



$$A(triângulo\ ACD) = \frac{a.\left(a + \frac{a\sqrt{3}}{2}\right)}{2} = \frac{2a^2 + a\sqrt{3}}{4}$$

$$A(Quadrado + Triângulo\ Equilátero) = a^2 + \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{4a^2 + a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{Diferença\ entre\ as\ áreas}{2} = \frac{\frac{4a^2 + a^2\sqrt{3}}{4} - \frac{2a^2 + a\sqrt{3}}{4}}{2} = \frac{\frac{2a^2}{4}}{2} = \frac{a^2}{4}$$

QUESTÃO 55

Para montar a programação de uma emissora de rádio, o programador musical conta com 10 músicas distintas, de diferentes estilos, assim agrupadas: **4 de MPB**, **3 de Rock** e **3 de Pop**. Sem tempo para fazer essa programação, ele decide que, em cada um dos programas da emissora, serão tocadas, de forma aleatória, todas as 10 músicas. Assim sendo, é **CORRETO** afirmar que o número de programas distintos em que as músicas vão ser tocadas **agrupadas por estilo** é dado por

A) 4! x 3! x 3! x 3!
B) 10! / 3!
C) 4! x 3! x 3!
D) 10! / 7! x 3!

Gabarito: **A**

Comentários:

Como as músicas são agrupadas por estilo, teremos: MPB = 4!, Rock = 3!, Pop = 3!, até aí, as permutações são óbvias, porém não devemos esquecer que podemos mudar as ordens dos estilos, como são 3, temos Estilo = 3!, aplicando o Princípio Fundamental da Contagem, PFC = 4! x 3! x 3! x 3!.

QUESTÃO 56

Os pontos *A* = (0, 3), *B* = (4, 0) e *C* = (a, b) são vértices de um triângulo equilátero no plano cartesiano. Considerando-se essa situação, é **CORRETO** afirmar que

A) b = 4a / 3
B) b = 4a / 3 – 7/6
C) b = 4a / 3 + 3
D) b = 4a / 3 – 3/2

Gabarito: **B**

Comentários:

Como se trata de um triângulo eqüilátero, temos que AC = BC, aplicando a fórmula da distância entre dois pontos teremos:

$$a^2 + (b - 3)^2 = (a - 4)^2 + b^2$$
$$a^2 + b^2 - 6b + 9 = a^2 - 8a + 16 + b^2$$
$$-6b = -8a + 7$$
$$b = 8a / 6 - 7/6$$
$$b = 4a / 3 - 7/6.$$