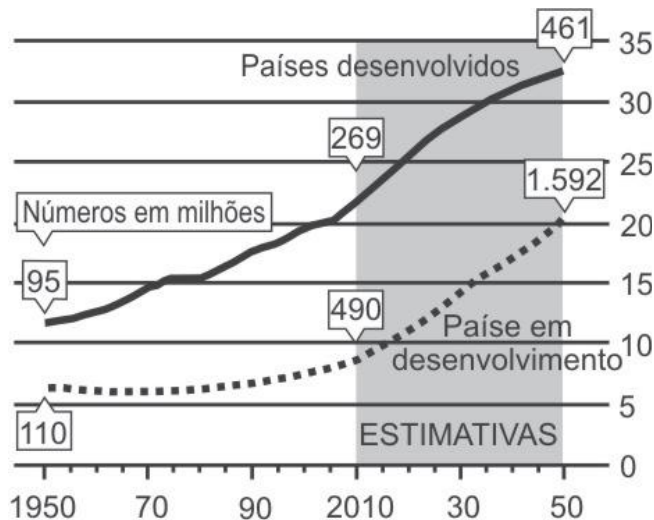


Texto para as questões 1 e 2.

A população mundial está ficando mais velha, os índices de natalidade diminuíram e a expectativa de vida aumentou. No gráfico seguinte, são apresentados dados obtidos por pesquisa realizada pela Organização das Nações Unidas (ONU), a respeito da quantidade de pessoas com 60 anos ou mais em todo o mundo. Os números da coluna da direita representam as faixas percentuais. Por exemplo, em 1950 havia 95 milhões de pessoas com 60 anos ou mais nos países desenvolvidos, número entre 10% e 15% da população total nos países desenvolvidos.



Fonte: "Perspectivas da População Mundial", ONU, 2009

Disponível em: www.economist.com.

Acesso em: 9 jul. 2009 (adaptado).

1. Suponha que o modelo exponencial $y = 363e^{0,03x}$, em que $x = 0$ corresponde ao ano 2000, $x = 1$ corresponde ao ano 2001, e assim sucessivamente, e que y é a população em milhões de habitantes no ano x , seja usado para estimar essa população com 60 anos ou mais de idade nos países em desenvolvimento entre 2010 e 2050. Desse modo, considerando $e^{0,3} = 1,35$, estima-se que a população com 60 anos ou mais estará, em 2030, entre:

- A) 490 e 510 milhões.
- B) 550 e 620 milhões.
- C) 780 e 800 milhões.
- D) 810 e 860 milhões.
- E) 870 e 910 milhões.

○ **Resolução**

Em 2030, a população de idosos será:

$$y = 363e^{0,03(30)} \Rightarrow$$

$$y = 363(e^{0,3})^3 \Rightarrow$$

$$y = 363(1,35)^3 \Rightarrow$$

$$y \cong 907,5 \text{ milhões}$$

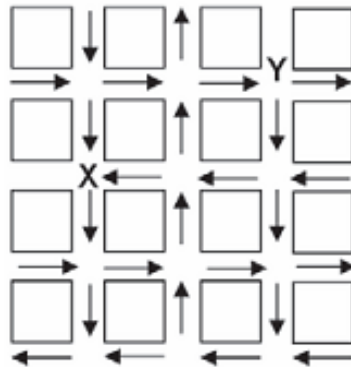
2. Em 2050, a probabilidade de se escolher, aleatoriamente, uma pessoa com 60 anos ou mais de idade, na população dos países desenvolvidos, será um número mais próximo de:

- A) $1/2$ B) $7/20$ C) $8/25$ D) $1/5$ E) $3/25$

○ **Resolução**

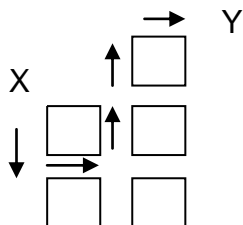
Seja P a população total. Como 461 milhões representa aproximadamente 32% de P, ou seja, uma porcentagem de idosos, então a probabilidade de se escolher, aleatoriamente, uma pessoa com 60 anos ou mais de idade é aproximadamente 32%.

3. O mapa ao lado representa um bairro de determinada cidade, no qual as flechas indicam o sentido das mãos do tráfego. Sabe-se que esse bairro foi planejado e que cada quadra representada na figura é um terreno quadrado, de lado igual a 200 metros. Desconsiderando-se a largura das ruas, qual seria o tempo, em minutos, que um ônibus, em velocidade constante e igual a 40 km/h, partindo do ponto X, demoraria para chegar até o ponto Y?



- A) 25 min B) 15 min. C) 2,5 min D) 1,5 min. E) 0,15 min.

○ **Resolução**



O lado do quadrado mede **200** metros. Como queremos o tempo que um ônibus, partindo do ponto X, levaria para chegar ao ponto Y, então temos 5 setas que nos levam ao ponto Y. Como cada seta equivale a um dos lados do quadrado, temos $200m \times 5 = 1000 m$, distância que equivale a **1 km**. Sabendo também que o ônibus anda com velocidade constante igual a **40 km/h**, montamos uma regra de três simples:

$$40 \text{ km} \rightarrow 1h$$

$$1 \text{ km} \rightarrow x$$

$$40x = 1$$



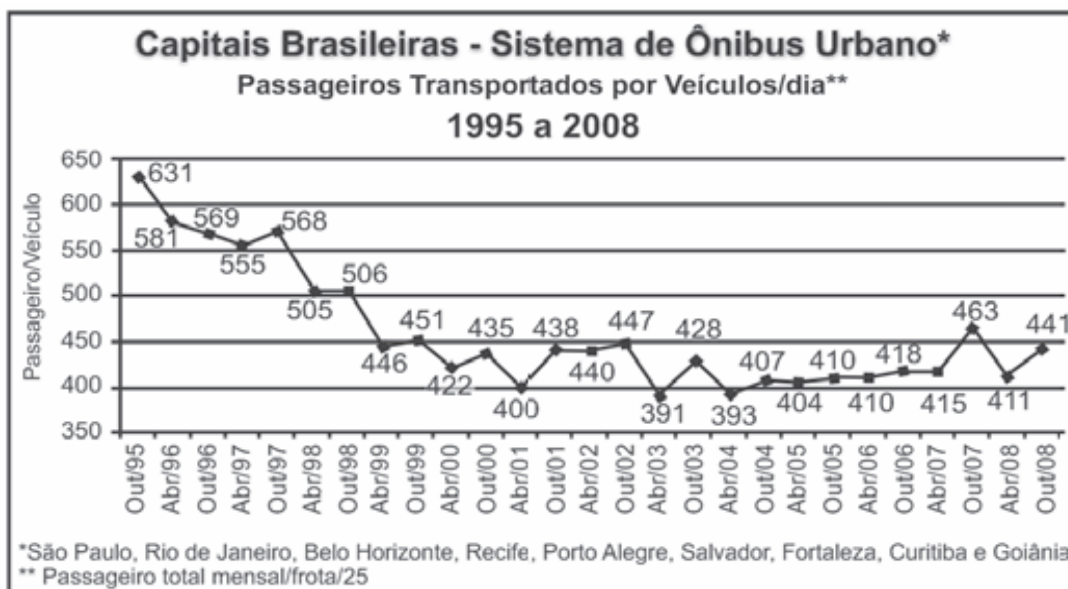
Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

$$x = \frac{1}{40} h$$

Como a resposta é pedida em minutos, então:

$$\frac{1}{40} \times 60 = \frac{60}{40} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ minutos}$$

4. Dados da Associação Nacional de Empresas de Transportes Urbanos (ANTU) mostram que o número de passageiros transportados mensalmente nas principais regiões metropolitanas do país vem caindo sistematicamente. Eram 476,7 milhões de passageiros em 1995, e esse número caiu para 321,9 milhões em abril de 2001. Nesse período, o tamanho da frota de veículos mudou pouco, tendo no final de 2008 praticamente o mesmo tamanho que tinha em 2001. O gráfico a seguir mostra um índice de produtividade utilizado pelas empresas do setor, que é a razão entre o total de passageiros transportados por dia e o tamanho da frota de veículos.



Disponível em: <http://www.ntu.org.br>. Acesso em 16 jul. 2009 (adaptado).

Supondo que as frotas totais de veículos naquelas regiões metropolitanas em abril de 2001 e em outubro de 2008 eram do mesmo tamanho, os dados do gráfico permitem inferir que o total de passageiros transportados no mês de outubro de 2008 foi aproximadamente igual a:

- A) 355 milhões
- B) 400 milhões
- C) 426 milhões
- D) 441 milhões
- E) 477 milhões.

o **Resolução**

Como o índice de produtividade, segundo o enunciado da questão, é a razão entre o total de passageiros por dia e o tamanho da frota de veículos, temos:

$$I = \frac{P}{V},$$

Onde *I*: índice de produtividade, *P*: total de passageiros e *V*: tamanho da frota de veículos.



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

Pelos dados da questão, em abril de 2001 $P = 321,9 \cong 322$ milhões de passageiros e $I = 400$ passageiros/veículo, logo:

$$400 = \frac{322}{V} \Rightarrow V = \frac{322}{400} = 0,805 \text{ Veículos.}$$

Supondo que as frotas totais de veículos em abril de 2001 e em outubro de 2008 são do mesmo tamanho, e, sabendo que em outubro de 2008 $I = 411$, temos:

$$411 = \frac{P}{0,805} \Rightarrow P \cong 331 \text{ Milhões de passageiros}$$

5. *Uma resolução do Conselho Nacional de Política Energética (CNPE) estabeleceu a obrigatoriedade de adição de biodiesel ao óleo diesel comercializado nos postos. A exigência é que, a partir de 1.º de julho de 2009, 4% do volume da mistura final seja formada por biodiesel. Até junho de 2009, esse percentual era de 3%. Essa medida estimula a demanda de biodiesel, bem como possibilita a redução da importação de diesel de petróleo.*

Disponível em: <http://www1.folha.uol.com.br>. Acesso em: 12 jul. 2009 (adaptado).

Estimativas indicam que, com a adição de 4% de biodiesel ao diesel, serão consumidos 925 milhões de litros de biodiesel no segundo semestre de 2009. Considerando-se essa estimativa, para o mesmo volume da mistura final diesel/biodiesel consumida no segundo semestre de 2009, qual seria o consumo de biodiesel com a adição de 3%?

- A) 27,75 milhões de litros.
- B) 37,00 milhões de litros.
- C) 231,25 milhões de litros.
- D) 693,75 milhões de litros.
- E) 888,00 milhões de litros.

○ **Resolução:**

Sabemos que com a adição de 4% de biodiesel ao diesel, serão consumidos 925 milhões de litros de biodiesel no segundo semestre de 2009, ou seja:

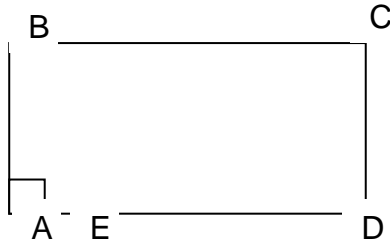
$$\frac{4}{100} V = 925 \Rightarrow 0,04V = 925 \Rightarrow V = \frac{925}{0,04} \Rightarrow V = 23125 \text{ Milhões de Litros.}$$

Onde V: volume da mistura final.

Considerando-se essa estimativa para o mesmo volume da mistura final temos então que com a adição de 3% de biodiesel ao diesel serão consumidos:

$$\frac{3}{100} (23125) = x \Rightarrow x = 0,03 \cdot 23125 = 693,75 \text{ Milhões de litros consumidos}$$

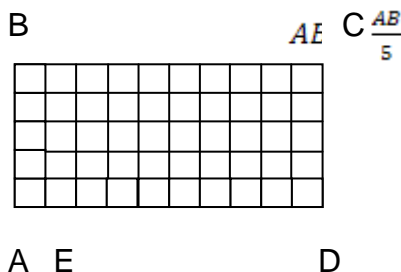
6. O governo cedeu terrenos para que famílias construíssem suas residências com a condição de que no mínimo 94% da área do terreno fosse mantida como área de preservação ambiental. Ao receber o terreno retangular ABCD, em que $AB = BC/2$, Antônio demarcou uma área quadrada no vértice A, para a construção de sua residência, de acordo com o desenho, no qual $AE = AB/5$ é lado do quadrado.



Nesse caso, a área definida por Antônio atingiria exatamente o limite determinado pela condição se ele:

- A) duplicasse a medida do lado do quadrado.
- B) triplicasse a medida do lado do quadrado.
- C) triplicasse a área do quadrado.
- D) ampliase a medida do lado do quadrado em 4%.
- E) ampliase a área do quadrado em 4%.

a. Resolução:



100% → 50 quadradinhos

94% → x quadradinhos

$$100x = 4700$$

$$x = 47 \text{ quadradinhos}$$

Logo, a área definida por Antônio atingirá exatamente o limite determinado pela condição se ele triplicar a área do quadrado, pois temos, pela condição, que 47 quadradinhos são para preservação ambiental e como no retângulo há 50 quadradinhos, então, sobrarão 3 quadradinhos que será a área definida por Antônio, ou seja:

- i. Com o 1º quadradinho, temos a seguinte área do quadrado de lado $\frac{AB}{5}$:

$$A_1 = \left(\frac{AB}{5}\right)^2$$



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

- ii. Juntando o 1ª quadrado com o 2º, temos a área de um retângulo de base $2\frac{AB}{5}$ e de altura $\frac{AB}{5}$:

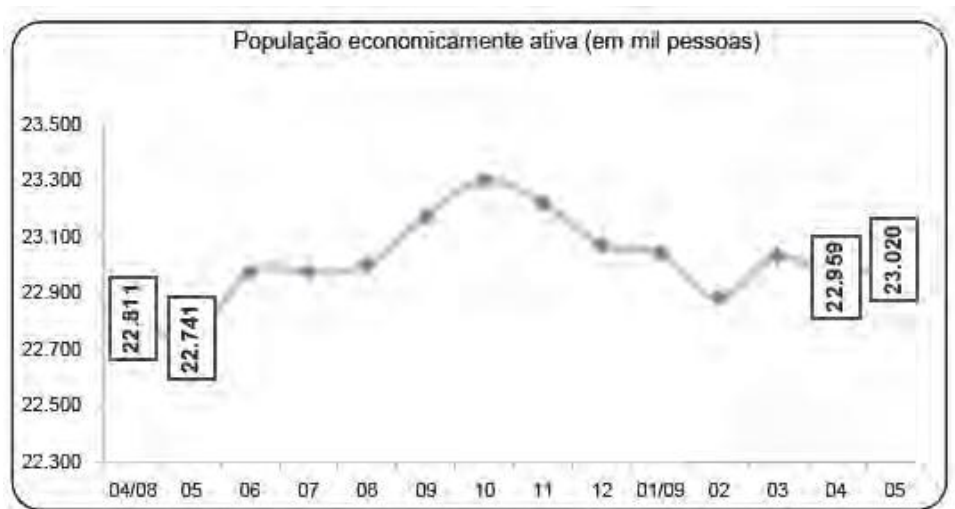
$$A_2 = 2\left(\frac{AB}{5}\right)^2$$

- iii. Juntando o 3º quadrado com o 1º e o 2º, temos a área de um retângulo de base $3\frac{AB}{5}$ e de altura $\frac{AB}{5}$:

$$A_2 = 3\left(\frac{AB}{5}\right)^2$$

Assim, para Antônio atingir exatamente o limite determinado pela condição, a área de seu terreno deverá ser triplicada.

7. O gráfico a seguir mostra a evolução, de abril de 2008 a maio de 2009, da população economicamente ativa para seis Regiões Metropolitanas pesquisadas.



FORNTE: IBGE, Diretoria de Pesquisas, Coordenação de Trabalho e Rendimento, Pesquisa Mensal de Emprego.

Disponível em: www.ibge.gov.br.

Considerando que a taxa de crescimento da população economicamente ativa, entre 05/09 e 06/09, seja de 4%, então o número de pessoas economicamente ativas em 06/09 será igual a:

- A) 23.940
- B) 32.228
- C) 920.800
- D) 23.940.800
- E) 32.228.000



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

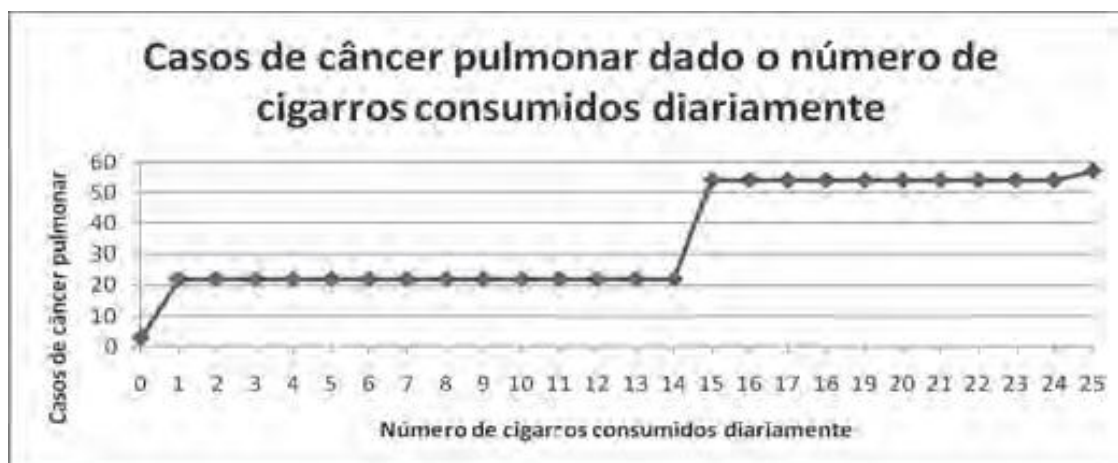
○ **Resolução:**

Em 05/09 o número de pessoas economicamente ativa é 23.020 mil pessoas, como entre 05/09 e 06/09 houve um aumento de 4%,então a taxa de crescimento foi de 1,04.Daí,

Basta multiplicar a taxa de crescimento pelo número de pessoas economicamente ativa, assim:

$$1,04.23.020=23.940,8 \text{ que é aproximadamente } 23.940.$$

8. A suspeita de que haveria uma relação causal entre tabagismo e câncer de pulmão foi levantada pela primeira vez a partir de observações clínicas. Para testar essa possível associação, foram conduzidos inúmeros estudos epidemiológicos. Dentre esses, houve o estudo do número de casos de câncer em relação ao número de cigarros consumidos por dia, cujos resultados são mostrados no gráfico a seguir:



Centers for Disease Control and Prevention CDC-EIS
Summer Course – 1992 (adaptado).

De acordo com as informações do gráfico:

- A) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas inversamente proporcionais.
- B) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que não se relacionam.
- C) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas diretamente proporcionais.
- D) uma pessoa não fumante certamente nunca será diagnosticada com câncer de pulmão.
- E) o consumo diário de cigarros e o número de casos de câncer de pulmão são grandezas que estão relacionadas, mas sem proporcionalidade.

○ **Resolução**

Pela observação do gráfico, decorre que a alternativa 'e' está correta.

9. A música e a matemática se encontram na representação dos tempos das notas musicais, conforme a figura seguinte.



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

Semibreve		1
Mínima		1/2
Semínima		1/4
Colcheia		1/8
Semicolcheia		1/16
Fusa		1/32
Semifusa		1/64

Um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fração indicada como fórmula do compasso. Por exemplo, se a fórmula de compasso for $1/2$, poderia ter um compasso ou com duas semínimas ou uma mínima ou quatro colcheias, sendo possível a combinação de diferentes figuras. Um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é $3/4$, poderia ser preenchido com:

- A) 24 fusas.
- B) 3 semínimas.
- C) 8 semínimas.
- D) 24 colcheias e 12 semínimas.
- E) 16 semínimas e 8 semicolcheias.

○ **Resolução**

O enunciado explicita que um compasso é uma unidade musical composta por determinada quantidade de notas musicais em que a soma das durações coincide com a fórmula do compasso.

Assim, pede-se: um trecho musical de oito compassos, cuja fórmula é $\frac{3}{4}$, pode ser preenchido com quais notas musicais?

No entanto, a questão pede um trecho musical de oito compassos, logo cada compasso tem fórmula $\frac{3}{4}$, assim:

$$8 \times \frac{3}{4} = 6$$



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

Para a resolução desta questão é preciso que o candidato substitua os dados em cada alternativa. Logo, faremos da seguinte maneira:

a) 24 fusas

6	$24 \text{ fusas} = 24 \times \frac{1}{32} = \frac{3}{4}$
Fórmula do compasso	

Logo, como não coincidiu com a fórmula do compasso, não é letra "a".

b) 3 semínimas

6	$3 \text{ semínimas} = 3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$
Fórmula do compasso	

Logo, como não coincidiu com a fórmula do compasso, não é letra "b".

c) 8 semínimas

6	$8 \text{ semínimas} = 8 \times \frac{1}{4} = 2$
Fórmula do compasso	

Logo como não coincidiu com a fórmula do compasso, não é letra "c".

d) 24 colcheias e 12 semínimas

6	$24 \text{ colcheias e } 12 \text{ semínimas}$ $24 \times \frac{1}{8} + 12 \times \frac{1}{4} = 6$
Fórmula do compasso	

Vejamos que coincidiu com a fórmula do compasso, então pode ser a letra "d".

e) 16 semínimas e 8 semicolcheias

6	$16 \text{ semínimas e } 8 \text{ semicolcheias}$ $16 \times \frac{1}{4} + 8 \times \frac{1}{16} = \frac{9}{2}$
Fórmula do compasso	

Logo, como não coincidiu com a fórmula do compasso, não é letra "e".

Assim, a única alternativa (que é a soma das durações das notas musicais)

10. As figuras a seguir exibem um trecho de um quebra-cabeças que está sendo montado. Observe que as peças são quadradas e há 8 peças no tabuleiro da figura A e 8 peças no tabuleiro da figura B. As peças são retiradas do tabuleiro da figura B e colocadas no tabuleiro da figura A na posição correta, isto é, de modo a completar os desenhos.

Figura A

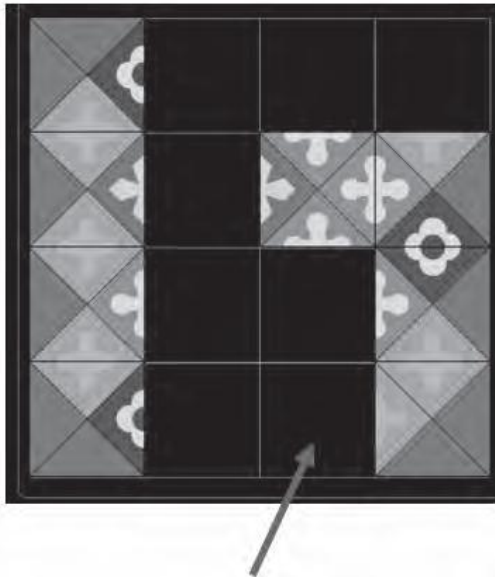


Figura B



Peça 1 Peça 2

É possível preencher corretamente o espaço indicado pela seta no tabuleiro da figura A colocando a peça:

- A) 1 após girá-la 90° no sentido horário.
- B) 1 após girá-la 180° no sentido anti-horário.
- C) 2 após girá-la 90° no sentido anti-horário.
- D) 2 após girá-la 180° no sentido horário.
- E) 2 após girá-la 270° no sentido anti-horário.

○ **Resolução**

Pela observação das figuras, segue que a alternativa correta é a letra 'c'.



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

11. O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

- A) $2 \times (0,2\%)^4$.
- B) $4 \times (0,2\%)^2$.
- C) $6 \times (0,2\%)^2 \times (99,8\%)^2$.
- D) $4 \times (0,2\%)$.
- E) $6 \times (0,2\%) \times (99,8\%)$.

○ **Resolução**

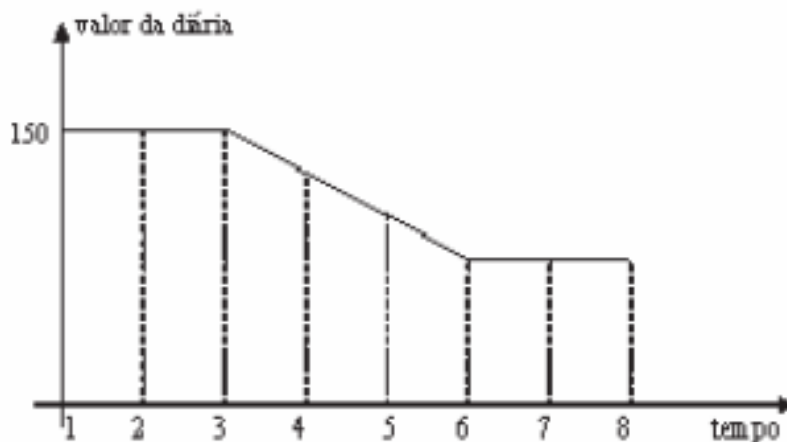
Seja P a probabilidade de um determinado aparelho apresentar defeito, ou seja, $P=0,2\%$, e $n=4$ o número de aparelhos vendidos. Seja a probabilidade P' de um determinado cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos.

Observação: Considere $\bar{P} = 99,8\%$ a probabilidade de um aparelho não apresentar defeito.

Assim:

$P'=6 \cdot (0,2\%) \cdot (0,2\%) \cdot (99,8\%) \cdot (99,8\%) = 6 \cdot (0,2\%)^2 \cdot (99,8\%)^2$, pois os eventos são independentes e mutuamente excluídos e existem 6 possibilidades para que a ordem dos aparelhos mude, embora obviamente não altere o produto.

12. Uma pousada oferece pacotes promocionais para atrair casais a se hospedarem por até oito dias. A hospedagem seria em apartamento de luxo e, nos três primeiros dias, a diária custaria R\$ 150,00, preço da diária fora da promoção. Nos três dias seguintes, seria aplicada uma redução no valor da diária, cuja taxa média de variação, a cada dia, seria de R\$ 20,00. Nos dois dias restantes, seria mantido o preço do sexto dia. Nessas condições, um modelo para a promoção idealizada é apresentado no gráfico a seguir, no qual o valor da diária é função do tempo medido em número de dias.



De acordo com os dados e com o modelo, comparando o preço que um casal pagaria pela hospedagem por sete dias fora da promoção, um casal que adquirir o pacote promocional por oito dias fará uma economia de:

- A) R\$ 90,00.



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

- B) R\$ 110,00.
- C) R\$ 130,00.
- D) R\$ 150,00.
- E) R\$ 170,00.

○ **Resolução**

Resolução da questão sem o uso do gráfico apresentado.

Como o preço da diária fora a promoção é R\$ 150,00 por cada dia, durante sete dias o casal pagará:

$$150 \times 7 = 1050$$

Portanto, o casal pagará R\$ 1050,00 por sete dias fora da promoção.

Analisando o enunciado, notamos que, dentro da promoção o valor a ser pago será?

$$(150 \times 3) + 130 + 110 + (90 \times 3) = 960$$

O hóspede pagará R\$ 960,00 por oito dias dentro da promoção

Logo:

$$1050 - 960 = 90$$

Portanto, se o casal adquirir o pacote promocional por oito dias ele fará uma economia de R\$ 90,00.

13. A tabela mostra alguns dados da emissão de dióxido de carbono de uma fábrica, em função do número de toneladas produzidas.

Produção (em toneladas)	Emissão de dióxido de carbono (em partes por milhão – ppm)
1,1	2,14
1,2	2,30
1,3	2,46
1,4	2,64
1,5	2,83
1,6	3,03
1,7	3,25
1,8	3,48
1,9	3,73
2,0	4,00

Cadernos do Gestar II, Matemática TP3.

Disponível em: www.mec.gov.br. Acesso em: 14 jul. 2009.

Os dados na tabela indicam que a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas) é:

- A) inferior a 0,18.
- B) superior a 0,18 e inferior a 0,50.
- C) superior a 0,50 e inferior a 1,50.
- D) superior a 1,50 e inferior a 2,80.



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

E) superior a 2,80.

○ Resolução

Pede-se a taxa média de variação entre a emissão de dióxido de carbono (em ppm) e a produção (em toneladas), mas antes de encontrar a taxa média de variação, precisamos encontrar as taxas de variação entre a emissão de dióxido de carbono e produção. Logo:

$$\frac{2,30 - 2,14}{1,2 - 1,1} = \frac{0,16}{0,1} = 1,6$$

$$\frac{2,46 - 2,30}{1,3 - 1,2} = \frac{0,16}{0,1} = 1,6$$

$$\frac{2,64 - 2,46}{1,4 - 1,3} = \frac{0,18}{0,1} = 1,8$$

$$\frac{2,83 - 2,64}{1,5 - 1,4} = \frac{0,19}{0,1} = 1,9$$

$$\frac{3,03 - 2,83}{1,6 - 1,5} = \frac{0,20}{0,1} = 2$$

$$\frac{3,25 - 3,03}{1,7 - 1,6} = \frac{0,22}{0,1} = 2,2$$

$$\frac{3,48 - 3,25}{1,8 - 1,7} = \frac{0,23}{0,1} = 2,3$$

$$\frac{3,73 - 3,48}{1,9 - 1,8} = \frac{0,25}{0,1} = 2,5$$

$$\frac{4,00 - 3,73}{2,0 - 1,9} = \frac{0,27}{0,1} = 2,7$$

Como já temos a taxa de variação entre a emissão de dióxido de carbono e produção, então podemos calcular a taxa média de variação que é dada por:

$$\bar{x} = \frac{1,6 + 1,6 + 1,8 + 1,9 + 2 + 2,2 + 2,3 + 2,5 + 2,7}{9}$$

$$\bar{x} = \frac{18,6}{9}$$

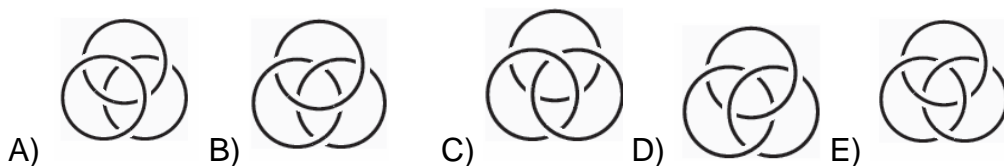
$$\bar{x} = 2,07$$



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

Porém, se dividirmos 18,6 por 10, teremos 1,86, que estará entre 1,50 e 2,80. Assim, 2,07 estará também entre 1,50 e 2,80.

14. Em Florença, Itália, na Igreja de Santa Croce, é possível encontrar um portão em que aparecem os anéis de Borromeo. Alguns historiadores acreditavam que os círculos representavam as três artes: escultura, pintura e arquitetura, pois elas eram tão próximas quanto inseparáveis.



○ **Resolução**

Observando a figura dos anéis de Borromeo com cuidado e atenção pode-se notar que os anéis estão entrelaçados, e, cabe ao candidato perceber quando um anel está por baixo do outro e quando está por cima, deste modo chega-se ao esboço que melhor representa a figura.

Resposta: Alternativa E

15. Brasil e França têm relações comerciais há mais de 200 anos. Enquanto a França é a 5.^a nação mais rica do planeta, o Brasil é a 10.^a, e ambas se destacam na economia mundial. No entanto, devido a uma série de restrições, o comércio entre esses dois países ainda não é adequadamente explorado, como mostra a tabela seguinte, referente ao período 2003-2007.

Investimentos Bilaterais (em milhões de dólares)		
Ano	Brasil na França	França no Brasil
2003	367	825
2004	357	485
2005	354	1.458
2006	539	744
2007	280	1.214

Disponível em: www.cartacapital.com.br. Acesso em: 7 jul. 2009.



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

Os dados da tabela mostram que, no período considerado, os valores médios dos investimentos da França no Brasil foram maiores que os investimentos do Brasil na França em um valor:

- A) inferior a 300 milhões de dólares.
- B) superior a 300 milhões de dólares, mas inferior a 400 milhões de dólares.
- C) superior a 400 milhões de dólares, mas inferior a 500 milhões de dólares.
- D) superior a 500 milhões de dólares, mas inferior a 600 milhões de dólares.
- E) superior a 600 milhões de dólares.

○ **Resolução**

Cálculo do valor médio dos investimentos do Brasil na França é:

$$BF = \frac{367 + 357 + 354 + 359 + 280}{5} = 343,4$$

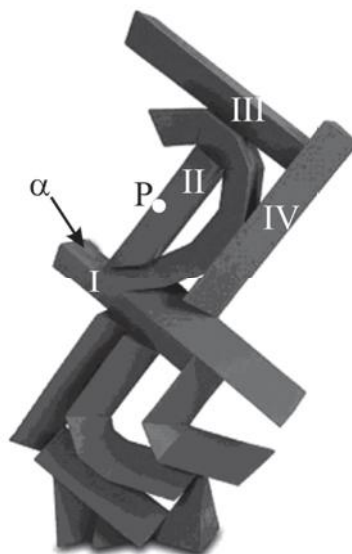
Cálculo do valor médio dos investimentos da França no Brasil é:

$$FB = \frac{825 + 485 + 1458 + 744 + 1214}{5} = 945,2$$

Então, $FB - BF = 945,2 - 343,4 = 601,8$.

Logo os valores médios dos investimentos da França no Brasil foram maiores que os investimentos do Brasil na França em um valor superior a 600 milhões de dólares.

16. Suponha que, na escultura do artista Emanuel Araújo, mostrada na figura a seguir, todos os prismas numerados em algarismos romanos são retos, com bases triangulares, e que as faces laterais do poliedro II são perpendiculares à sua própria face superior, que, por sua vez, é um triângulo congruente ao triângulo base dos prismas. Além disso, considere que os prismas I e III são perpendiculares ao prisma IV e ao poliedro II.





Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

Imagine um plano paralelo à face ζ do prisma I, mas que passe pelo ponto P pertencente à aresta do poliedro II, indicado na figura. A interseção desse plano imaginário com a escultura contém:

- A) dois triângulos congruentes com lados correspondentes paralelos.
- B) dois retângulos congruentes e com lados correspondentes paralelos.
- C) dois trapézios congruentes com lados correspondentes perpendiculares.
- D) dois paralelogramos congruentes com lados correspondentes paralelos.
- E) dois quadriláteros congruentes com lados correspondentes perpendiculares.

○ **Resolução**

Sabemos que a interseção de um plano com um prisma reto de base triangular é um triângulo.

Resposta: Alternativa A

17. Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R\$ 510,00, e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das 50 pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais R\$ 7,00. De acordo com essas informações, qual foi o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas?

- A) R\$ 14,00.
- B) R\$ 17,00.
- C) R\$ 22,00.
- D) R\$ 32,00.
- E) R\$ 57,00.

○ **Resolução**

- i. Um grupo de 50 pessoas fez um orçamento inicial para organizar uma festa, que seria dividido entre elas em cotas iguais. Então:

x: primeiro orçamento

y: primeiro valor (de cada pessoa)

$$\frac{x}{50} = y \Rightarrow x = 50y$$

- ii. Verificou-se ao final que, para arcar com todas as despesas, faltavam R\$ 510,00 e que 5 novas pessoas haviam ingressado no grupo. No acerto foi decidido que a despesa total seria dividida em partes iguais pelas 55 pessoas. Então:

z: segundo orçamento

w: segundo valor (de cada pessoa)

$$z = x + 510$$



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

$$\frac{z}{55} = w$$

- iii. Quem não havia ainda contribuído pagaria a sua parte, e cada uma das pessoas do grupo inicial deveria contribuir com mais **R\$ 7,00**. Então:

$$w = y + 7 \Rightarrow y = w - 7$$

- iv. Portanto, temos:

$$\frac{z}{55} = w \xrightarrow{z=x+510} \frac{x+510}{55} = w \xrightarrow{x=50y} \frac{50y+510}{55} = w \xrightarrow{y=w-7} 50y+510 = 55w$$

$$50(w-7) + 510 = 55w$$

$$50w - 350 + 510 = 55w$$

$$-350 + 510 = 55w - 50w$$

$$160 = 5w \Rightarrow w = 32$$

Logo, o valor da cota calculada no acerto final para cada uma das 55 pessoas foi **R\$ 32,00**.

18. Técnicos concluem mapeamento do aquífero Guarani

O aquífero Guarani localiza-se no subterrâneo dos territórios da Argentina, Brasil, Paraguai e Uruguai, com extensão total de 1.200.000 quilômetros quadrados, dos quais 840.000 quilômetros quadrados estão no Brasil. O

aquífero armazena cerca de 30 mil quilômetros cúbicos de água e é considerado um dos maiores do mundo. Na maioria das vezes em que são feitas referências à água, são usadas as unidades metro cúbico e litro, e não as unidades já descritas. A Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo (SABESP) divulgou, por exemplo, um novo reservatório cuja capacidade de armazenagem é de 20 milhões de litros.

Disponível em: <http://noticias.terra.com.br>. Acesso em: 10 jul. 2009 (adaptado).

Comparando as capacidades do aquífero Guarani e desse novo reservatório da SABESP, a capacidade do aquífero Guarani é:

A) $1,5 \times 10^2$ vezes a capacidade do reservatório novo.

B) $1,5 \times 10^3$ vezes a capacidade do reservatório novo.

C) $1,5 \times 10^6$ vezes a capacidade do reservatório novo.

D) $1,5 \times 10^8$ vezes a capacidade do reservatório novo.

E) $1,5 \times 10^9$ vezes a capacidade do reservatório novo.

○ Resolução

A capacidade do aquífero Guarani é $C_{ag} = 30000 \text{ km}^3$. Fazendo a conversão para m^3 , temos:

$$C_{ag} = (\sqrt[3]{30000} \text{ km})^3$$

$$C_{ag} = (10^3 \sqrt[3]{30000} \text{ m})^3$$



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

$$C_{ag} = 30000 \cdot 10^9 m^3$$

$$C_{ag} = 3 \cdot 10^{13} m^3$$

Já a capacidade do novo reservatório é $C_{nr} = 20000000L = 2 \cdot 10^7 L$. Como um metro cúbico comporta 1000L, decorre que $C_{nr} = \frac{(2 \cdot 10^7 L)m^3}{10^3 L} = 2 \cdot 10^4 m^3$.

Portanto, temos:

$$\frac{C_{ag}}{C_{nr}} = \frac{3 \cdot 10^{13} m^3}{2 \cdot 10^4 m^3} = 1,5 \cdot 10^9$$

Logo, o aquífero Guarani é $1,5 \cdot 10^9$ vezes maior do que o novo reservatório.

19. A rampa de um hospital tem na sua parte mais elevada uma altura de 2,2 metros. Um paciente ao caminhar sobre a rampa percebe que se deslocou 3,2 metros e alcançou uma altura de 0,8 metro. A distância em metros que o paciente ainda deve caminhar para atingir o ponto mais alto da rampa é:

- A) 1,16 metros. D) 5,6 metros.
B) 3,0 metros. E) 7,04 metros.
C) 5,4 metros.

○ Resolução

Esta questão tem resolução imediata, basta aplicar o Teorema de Tales, assim:

Seja x o comprimento que o paciente ainda deve caminhar, então:

$$\frac{2,2}{x + 3,2} = \frac{0,8}{3,2} \Rightarrow x + 3,2 = 8,8 \Rightarrow x = 5,6m$$

20. Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R\$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R\$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros.

Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R\$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona V e x é:

- A) $V = 10.000 + 50x - x^2$.
B) $V = 10.000 + 50x + x^2$.
C) $V = 15.000 - 50x - x^2$.
D) $V = 15.000 + 50x - x^2$.
E) $V = 15.000 - 50x + x^2$.

○ Resolução

x : valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

V: valor, em R\$, arrecadado por dia com a venda do álcool

i. Preço do litro:

$$1,50 - 0,01x$$

ii. Venda de combustível (a cada desconto de um centavo aumenta as vendas em R\$ 100,00):

$$10000 + 100x$$

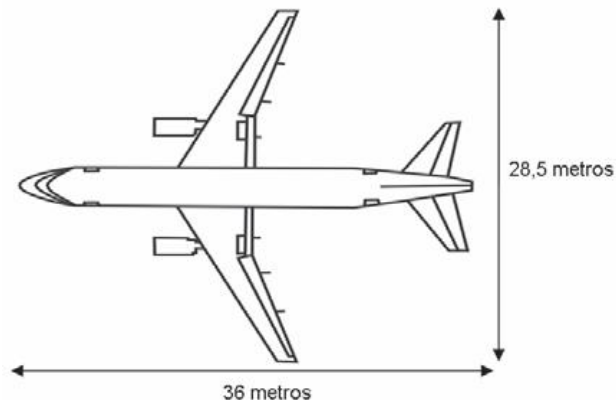
iii. Logo, o valor arrecadado por dia com a venda do álcool é:

$$V = (1,50 - 0,01x)(10000 + 100x)$$

$$V = 15000 + 150x - 100x - x^2$$

$$V = 15000 + 50x - x^2$$

21. A figura a seguir mostra as medidas reais de uma aeronave que será fabricada para utilização por companhias de transporte aéreo. Um engenheiro precisa fazer o desenho desse avião em escala de 1:150.



Para o engenheiro fazer esse desenho em uma folha de papel, deixando uma margem de 1 cm em relação às bordas da folha, quais as dimensões mínimas, em centímetros, que essa folha deverá ter?

- A) 2,9 cm x 3,4 cm.
- B) 3,9 cm x 4,4 cm.
- C) 20 cm x 25 cm.
- D) 21 cm x 26 cm.
- E) 192 cm x 242 cm.

○ Resolução

Como a escala é 1 para 150, então o comprimento da folha de papel é x e y, então:

$$x = \frac{3600\text{cm}}{150} = \frac{120}{5} = 24\text{cm} \quad \text{e}$$



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

$$y = \frac{2850}{150} = 19 \text{ cm}$$

Como a folha de papel tem uma margem de 1 cm, então o comprimento mínimo da folha tem que ser 26cm por 21cm.

22. Uma empresa que fabrica esferas de aço, de 6 cm de raio, utiliza caixas de madeira, na forma de um cubo, para transportá-las. Sabendo que a capacidade da caixa é de 13.824 cm^3 , então o número máximo de esferas que podem ser transportadas em uma caixa é igual a:

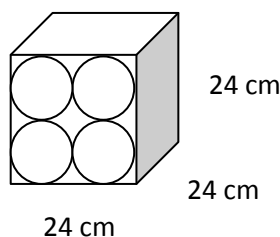
- A) 4. D) 24.
B) 8. E) 32.
C) 16.

○ Resolução

Sabemos que a capacidade da caixa é de 13.824 cm^3 , ou seja, $V = 13.824 \text{ cm}^3$. O volume de um cubo é dado pela expressão $V = a^3$, onde a é o lado do cubo, logo:

$$a^3 = 13.824 \Rightarrow a = \sqrt[3]{13.824} \Rightarrow a = 24 \text{ cm}$$

Como a esfera tem o raio $r = 6 \text{ cm}$, seu diâmetro $d = 12$, deste modo, cada caixa pode conter oito esferas.



23. Para cada indivíduo, a sua inscrição no Cadastro de Pessoas Físicas (CPF) é composto por um número de 9 algarismos e outro número de 2 algarismos, na forma d_1d_2 , em que os dígitos d_1 e d_2 são denominados dígitos verificadores. Os dígitos verificadores são calculados, a partir da esquerda, da seguinte maneira: os 9 primeiros algarismos são multiplicados pela sequência 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 (o primeiro por 10, o segundo por 9, e assim sucessivamente); em seguida, calcula-se o resto r da divisão da soma dos resultados das multiplicações por 11, e se esse resto r for 0 ou 1, d_1 é zero, caso contrário $d_1 = (11 - r)$. O dígito d_2 é calculado pela mesma regra, na qual os números a serem multiplicados pela sequência dada são contados a partir do segundo algarismo, sendo d_1 o último algarismo, isto é, d_2 é zero se o resto s da divisão por 11 das somas das multiplicações for 0 ou 1, caso contrário, $d_2 = (11 - s)$. Suponha que João tenha perdido seus documentos, inclusive o cartão de CPF e, ao dar queixa da perda na delegacia, não conseguisse lembrar quais eram os dígitos verificadores, recordando-se apenas que os nove primeiros algarismos eram 123.456.789. Neste caso, os dígitos verificadores d_1 e d_2 esquecidos são, respectivamente:

- A) 0 e 9. D) 9 e 1.
 B) 1 e 4. E) 0 e 1.
 C) 1 e 7.

○ **Resolução**

Cálculo do dígito d_1 :

$$1.10+2.9+3.8+4.7+5.6+6.5+7.4+8.3+9.2=10+18+24+28+30+30+28+24+18=$$

$$=28+52+60+52+18=80+112+18=210.$$

Como $210=11.19+1$, temos $d_1=0$.

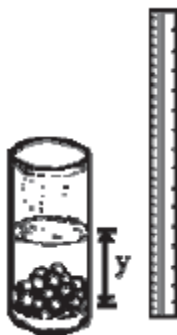
Cálculo do dígito d_2 :

$$2.10+3.9+4.8+5.7+6.6+7.5+8.4+9.3+0.2=20+27+32+35+36+35+32+27=$$

$$=47+67+71+59=114+130=244$$

Como $244=11.22+2$, temos $d_2=11-2=9$.

24. Um experimento consiste em colocar certa quantidade de bolas de vidro idênticas em um copo com água até certo nível e medir o nível da água, conforme ilustrado na figura a seguir. Como resultado do experimento, concluiu-se que o nível da água é função do número de bolas de vidro que são colocadas dentro do copo.



O quadro a seguir mostra alguns resultados do experimento realizado.

número de bolas (x)	nível da água (y)
5	6,35 cm
10	6,70 cm
15	7,05 cm

Disponível em: www.penta.ufrgs.br.
 Acesso em: 13 jan. 2009 (adaptado).

Qual a expressão algébrica que permite calcular o nível da água (y) em função do número de bolas (x)?

- A) $y = 30x$.



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

- B) $y = 25x + 20,2$.
- C) $y = 1,27x$.
- D) $y = 0,7x$.
- E) $y = 0,07x + 6$.

○ Resolução

Como a correspondência entre a quantidade de bolas é tal que, para 10 bolas colocadas no recipiente, tem-se um nível de 6,70 cm de água no recipiente, para encontrar a expressão procurada, basta aplicar $x=10$ em cada função apresentada. Aquela que produzir $y=6,70$ cm será a solução. Deste fato segue, imediatamente, que a correspondência procurada é $y=0,07x+6$.

25. Uma cooperativa de colheita propôs a um fazendeiro um contrato de trabalho nos seguintes termos: a cooperativa forneceria 12 trabalhadores e 4 máquinas, em um regime de trabalho de 6 horas diárias, capazes de colher 20 hectares de milho por dia, ao custo de R\$ 10,00 por trabalhador por dia de trabalho, e R\$ 1.000,00 pelo aluguel diário de cada máquina. O fazendeiro argumentou que fecharia contrato se a cooperativa colhesse 180 hectares de milho em 6 dias, com gasto inferior a R\$ 25.000,00. Para atender às exigências do fazendeiro e supondo que o ritmo dos trabalhadores e das máquinas seja constante, a cooperativa deveria:

- A) manter sua proposta.
- B) oferecer 4 máquinas a mais.
- C) oferecer 6 trabalhadores a mais.
- D) aumentar a jornada de trabalho para 9 horas diárias.
- E) reduzir em R\$ 400,00 o valor do aluguel diário de uma máquina.

○ Resolução

▪ Primeiramente, iremos separar as duas exigências do fazendeiro:

- 1) 180 hectares de milho em 6 dias;
- 2) Gasto inferior a R\$ 25.000,00.

▪ A questão pede o que a cooperativa deveria fazer para atender as duas exigências do fazendeiro. Para respondermos esta questão, devemos substituir os dados em cada alternativa. Logo:

a) A cooperativa deveria manter sua proposta.

Se a cooperativa mantiver sua proposta, nós teremos:

20 hectares de milho \times 6 dias = 120 hectares de milho em 6 dias

Logo, esta proposta não vale, pois não atende a primeira exigência do fazendeiro, que é 180 hectares em 6 dias.

b) A cooperativa deveria oferecer 4 máquinas a mais.



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

Se a cooperativa aumentar para 4, o número de máquinas, teremos que o custo do fazendeiro será:

$$\begin{aligned} & 12 \text{ trabalhadores} \times 10 \text{ reais por trabalhador} \\ & \quad \times 6 \text{ dias de trabalho} \\ & + \\ & 8 \text{ máquinas} \times 1000 \text{ reais por aluguel de cada máquina} \\ & \quad \times 6 \text{ dias de trabalho} \\ & = \\ & 720 + 48000 = 48720 \text{ reais} \end{aligned}$$

Logo, esta proposta não vale, pois não atende a segunda exigência do fazendeiro, que é um custo inferior a R\$ 25.000,00.

c) A cooperativa deveria oferecer 6 trabalhadores a mais.

Se a cooperativa aumentar para 6, o número de trabalhadores, teremos que o custo do fazendeiro será:

$$\begin{aligned} & 18 \text{ trabalhadores} \times 10 \text{ reais por trabalhador} \\ & \quad \times 6 \text{ dias de trabalho} \\ & + \\ & 4 \text{ máquinas} \times 1000 \text{ reais por aluguel de cada máquina} \\ & \quad \times 6 \text{ dias de trabalho} \\ & = \\ & 1080 + 24000 = 25080 \text{ reais} \end{aligned}$$

Logo, esta proposta não vale, pois não atende a segunda exigência do fazendeiro, que é um custo inferior a R\$ 25.000,00.

d) A cooperativa deveria aumentar a jornada de trabalho para 9 horas diárias.

Se a cooperativa aumentar a jornada de trabalho para 9 horas diárias, nós teremos uma regra de três simples entre a proposta de 6 horas diárias para 9 horas diárias, assim como, 20 hectares de milho para x , que será:

$$\begin{aligned} & 6 \text{ horas diárias} \rightarrow 20 \text{ hectares de milho por dia} \\ & 9 \text{ horas diárias} \rightarrow x \\ & 6x = 180 \Rightarrow x = \frac{180}{6} \Rightarrow x \\ & \quad = 30 \text{ hectares de milho por dia} \end{aligned}$$

Mas o fazendeiro quer a colheita em 6 dias, então $30 \text{ hectares} \times 6 \text{ dias} = 180 \text{ hectares em 6 dias}$. Logo, essa proposta atende a primeira exigência do fazendeiro.

Ainda precisamos verificar se atende à segunda exigência do mesmo, assim, precisamos saber o custo desta proposta. Logo:



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

$12 \text{ trabalhadores} \times 10 \text{ reais por trabalhador}$
 $\times 6 \text{ dias de trabalho}$

+

$4 \text{ máquinas} \times 1000 \text{ reais por aluguel de cada máquina}$
 $\times 6 \text{ dias de trabalho}$

=

$720 + 24000 = 24720 \text{ reais}$

Assim, a proposta também atende a segunda exigência do fazendeiro, que é um custo inferior a R\$ 25.000,00.

Portanto, a alternativa correta é a letra “d”.

e) A cooperativa deveria reduzir em R\$ 400,00 o valor do aluguel diário de uma máquina. Se a cooperativa reduzir em R\$ 400,00 o valor diário de uma máquina, teremos para a primeira exigência:

$20 \text{ hectares} \times 6 \text{ dias} = 120 \text{ hectares em 6 dias}$

Logo, esta proposta não vale, pois não atende a primeira exigência do fazendeiro, que é 180 hectares em 6 dias.

26. Suponha que a etapa final de uma gincana escolar consista em um desafio de conhecimentos. Cada equipe escolheria 10 alunos para realizar uma prova objetiva, e a pontuação da equipe seria dada pela mediana das notas obtidas pelos alunos. As provas valiam, no máximo, 10 pontos cada. Ao final, a vencedora foi a equipe Ômega, com 7,8 pontos, seguida pela equipe Delta, com 7,6 pontos. Um dos alunos da equipe Gama, a qual ficou na terceira e última colocação, não pôde comparecer, tendo recebido nota zero na prova. As notas obtidas pelos 10 alunos da equipe Gama foram 10; 6,5; 8; 10; 7; 6,5; 7; 8; 6; 0.

Se o aluno da equipe Gama que faltou tivesse comparecido, essa equipe:

A) teria a pontuação igual a 6,5 se ele obtivesse nota 0.

B) seria a vencedora se ele obtivesse nota 10.

C) seria a segunda colocada se ele obtivesse nota 8.

D) permaneceria na terceira posição, independentemente da nota obtida pelo aluno.

E) empataria com a equipe Ômega na primeira colocação se o aluno obtivesse nota 9.

○ Resolução

Considere a equipe Ômega e a equipe Delta com 7,8 e 7,6 pontos, respectivamente. Sabendo que os pontos obtidos pela equipe Gama foram:

10; 6,5; 8 ; 10; 7; 6,5 ;7; 8; 6; 0.

Para um melhor entendimento sobre mediana temos que ordenar a lista das notas da Equipe Ômega, assim:



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

0; 6; 6,5; 6,5 ;7 ;7 ; 8 ;8 ; 10 ;10.

Teremos que verificar todas as alternativas:

- (A) Se aluno obtivesse nota zero, então a mediana seria 7 e não 6,5. Então não é a letra a.
- (B) Se o aluno obtivesse nota 10, a mediana seria 7,5 que por sua vez é menor do que 7,6 e 7,8. Então não é a letra b.
- (C) Se o aluno obtivesse nota 8, a mediana seria 7,5 que por sua vez é menor do que 7,6 e 7,8. Então não é a letra c.
- (D) Pensaremos no melhor das hipóteses, ou seja, do aluno ter tirado 10 na prova, assim a mediana seria 7,5 que por sua vez seria menor do que 7,6 e 7,8. Logo a Equipe permaneceria na terceira posição independentemente da nota obtida pelo aluno. Portanto é a letra d.

Seria impossível empatar com uma das Equipes de acordo com as alternativas acima. Obviamente não é a letra e.

27. Uma escola lançou uma campanha para seus alunos arrecadarem, durante 30 dias, alimentos não perecíveis para doar a uma comunidade carente da região. Vinte alunos aceitaram a tarefa e nos primeiros 10 dias trabalharam 3 horas diárias, arrecadando 12 kg de alimentos por dia. Animados com os resultados, 30 novos alunos somaram-se ao grupo, e passaram a trabalhar 4 horas por dia nos dias seguintes até o término da campanha. Admitindo-se que o ritmo de coleta tenha se mantido constante, a quantidade de alimentos arrecadados ao final do prazo estipulado seria de

- A) 920 kg.
- B) 800 kg.
- C) 720 kg.
- D) 600 kg.
- E) 570 kg.

○ Resolução

Vamos fazer um esquema desses dados para entender melhor a questão:

Alunos	Dias	Horas	Quilos(Kg)
20	10	3	120
50	20	4	X

Como todas as quantias são diretamente proporcionais a quantidade de quilos arrecadados, temos:

$$\frac{120}{x} = \frac{20}{50} \cdot \frac{10}{20} \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow x = 800 \text{ Kg}$$

Portanto, ao final do prazo estipulado para a arrecadação foram arrecadados:



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

$800 + 120 = 920$ Kg de Alimentos

28. Segundo as regras da Fórmula 1, o peso mínimo do carro, de tanque vazio, com o piloto, é de 605 kg, e a gasolina deve ter densidade entre 725 e 780 gramas por litro. Entre os circuitos nos quais ocorrem competições dessa categoria, o mais longo é Spa-Francorchamps, na Bélgica, cujo traçado tem 7 km de extensão. O consumo médio de um carro da Fórmula 1 é de 75 litros para cada 100 km.

Suponha que um piloto de uma equipe específica, que utiliza um tipo de gasolina com densidade de 750 g/L, esteja no circuito de Spa-Francorchamps, parado no Box para reabastecimento. Caso ele pretenda dar mais 16 voltas, ao ser liberado para retornar à pista, seu carro deverá pesar, no mínimo:

- A) 617 kg.
- B) 668 kg.
- C) 680 kg.
- D) 689 kg.
- E) 717 kg.

○ **Resolução**

Para percorrer $(16)(7)km=112km$, o piloto precisará de uma quantidade x de gasolina tal que:

$$75L \rightarrow 100km$$

$$x \rightarrow 112km$$

Logo, temos $x=84L$. Dessa forma, o peso da gasolina será P_g de modo que:

$$\frac{750g}{L} = \frac{P_g}{84L}$$

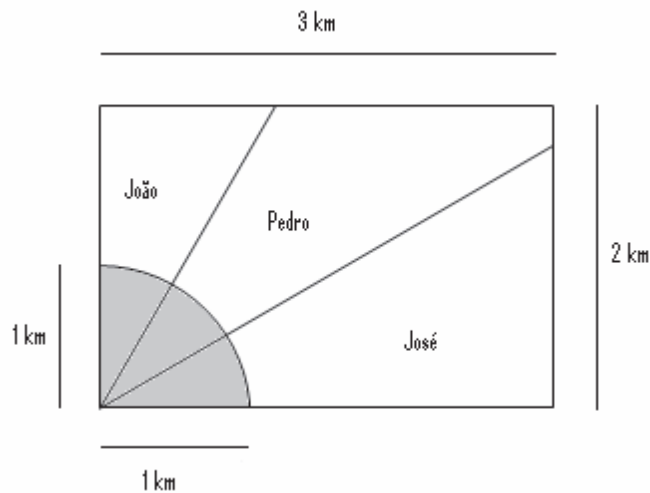
$$P_g = 84 \cdot (750g)$$

$$P_g = 84 \cdot (0,75)km$$

$$P_g = 63km.$$

Portanto, ao retornar para a pista, o carro pesará, no mínimo: $605 km+63 km= =668 km$.

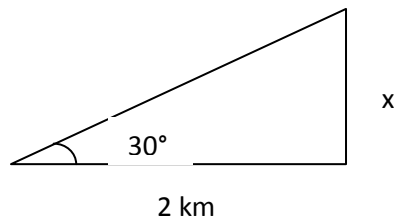
29. Ao morrer, o pai de João, Pedro e José deixou como herança um terreno retangular de 3 km x 2 km que contém uma área de extração de ouro delimitada por um quarto de círculo de raio 1 km a partir do canto inferior esquerdo da propriedade. Dado o maior valor da área de extração de ouro, os irmãos acordaram em repartir a propriedade de modo que cada um ficasse com a terça parte da área de extração, conforme mostra a figura.



Em relação à partilha proposta, constata-se que a porcentagem da área do terreno que coube a João corresponde, aproximadamente, a: (considere $\sqrt{3}/3 = 0,58$)

- A) 50%.
- B) 43%.
- C) 37%.
- D) 33%.
- E) 19%.

○ **Resolução**



$$\operatorname{tg}30^\circ = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 2 \times \operatorname{tg}30^\circ$$

Vamos encontrar, agora, a área do triângulo:



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

$$A_t = \frac{x \times 2}{2} = \frac{2 \times \operatorname{tg} 30^\circ \times 2}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Precisamos encontrar também a área do retângulo:

$$A_r = 2 \times 3 = 6$$

Agora, iremos dividir a área do triângulo por a área do retângulo, já que queremos a porcentagem da área do terreno de João:

$$A_j = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{18} = \frac{\sqrt{3}}{9} = 0,1933 \cong 0,19 \cong 19\%$$

30. Doze times se inscreveram em um torneio de futebol amador. O jogo de abertura do torneio foi escolhido da seguinte forma: primeiro foram sorteados 4 times para compor o Grupo A. Em seguida, entre os times do Grupo A, foram sorteados 2 times para realizar o jogo de abertura do torneio, sendo que o primeiro deles jogaria em seu próprio campo, e o segundo seria o time visitante.

A quantidade total de escolhas possíveis para o Grupo A e a quantidade total de escolhas dos times do jogo de abertura podem ser calculadas através de:

- A) uma combinação e um arranjo, respectivamente.
- B) um arranjo e uma combinação, respectivamente.
- C) um arranjo e uma permutação, respectivamente.
- D) duas combinações.
- E) dois arranjos.

○ Resolução

Como as escolhas dos times do grupo A, independe da ordem em que eles são escolhidos então se trata de uma combinação.

Já as escolhas dos times de abertura dependem da ordem, pois o primeiro time escolhido jogará no seu próprio campo e o outro será o time visitante, por isso se trata de um arranjo

31. Rotas aéreas são como pontes que ligam cidades, estados ou países. O mapa a seguir mostra os estados brasileiros e a localização de algumas capitais identificadas pelos números. Considere que a direção seguida por um avião A1 que partiu de Brasília – DF, sem escalas, para Belém, no Pará, seja um segmento de reta com extremidades em DF e em 4.



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

Mapa do Brasil e algumas Capitais



SIQUEIRA, S. **Brasil Regiões**. Disponível em: www.santiagosiqueira.pro.br. Acesso em: 28 jul. 2009 (adaptado).

Suponha que um passageiro de nome Carlos pegou um avião All, que seguiu a direção que forma um ângulo de 135o graus no sentido horário com a rota Brasília – Belém e pousou em alguma das capitais brasileiras. Ao desembarcar, Carlos fez uma conexão e embarcou em um avião Alll, que seguiu a direção que forma um ângulo reto, no sentido anti-horário, com a direção seguida pelo avião All ao partir de Brasília-DF. Considerando que a direção seguida por um avião é sempre dada pela semirreta com origem na cidade de partida e que passa pela cidade destino do avião, pela descrição dada, o passageiro Carlos fez uma conexão em:

- A) Belo Horizonte, e em seguida embarcou para Curitiba.
- B) Belo Horizonte, e em seguida embarcou para Salvador.
- C) Boa Vista, e em seguida embarcou para Porto Velho.
- D) Goiânia, e em seguida embarcou para o Rio de Janeiro.
- E) Goiânia, e em seguida embarcou para Manaus.

o Resolução

Basta observar que o avião All2 parte para Belo Horizonte, pois é numa direção que faz um ângulo de 135 graus no sentido horário e o avião All3 parte para Salvador, pois é numa direção de 90 graus no sentido anti-horário.

32. O quadro apresenta informações da área aproximada de cada bioma brasileiro.

biomas continentais brasileiros	área aproximada (km ²)	área / total Brasil
Amazônia	4.196.943	49,29%
Cerrado	2.036.448	23,92%
Mata Atlântica	1.110.182	13,04%
Caatinga	844.453	9,92%
Pampa	176.496	2,07%
Pantanal	150.355	1,76%
Área Total Brasil	8.514.877	



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 10 jul. 2009 (adaptado).

É comum em conversas informais, ou mesmo em noticiários, o uso de múltiplos da área de um campo de futebol (com as medidas de 120 m x 90 m) para auxiliar a visualização de áreas consideradas extensas. Nesse caso, qual é o número de campos de futebol correspondente à área aproximada do bioma Pantanal?

- A) 1.400
- B) 14.000
- C) 140.000
- D) 1.400.000
- E) 14.000.000

○ **Resolução**

A área do campo de futebol é $A_{cf} = (120m)(90m) = (0,12km)(0,09km) = 0,0108km^2$. Sendo A_{bp} a área do bioma pantanal, temos:

$$\frac{A_{bp}}{A_{cf}} = \frac{150.355km^2}{0,0108km^2} \cong 14.000.000$$

33. Na tabela, são apresentados dados da cotação mensal do ovo extra branco vendido no atacado, em Brasília, em reais, por caixa de 30 dúzias de ovos, em alguns meses dos anos 2007 e 2008.

Mês	Cotação	Ano
Outubro	R\$ 83,00	2007
Novembro	R\$ 73,10	2007
Dezembro	R\$ 81,60	2007
Janeiro	R\$ 82,00	2008
Fevereiro	R\$ 85,30	2008
Março	R\$ 84,00	2008
Abril	R\$ 84,60	2008

De acordo com esses dados, o valor da mediana das cotações mensais do ovo extra branco nesse período era igual a:

- A) R\$ 73,10.
- B) R\$ 81,50.
- C) R\$ 82,00.
- D) R\$ 83,00.
- E) R\$ 85,30.

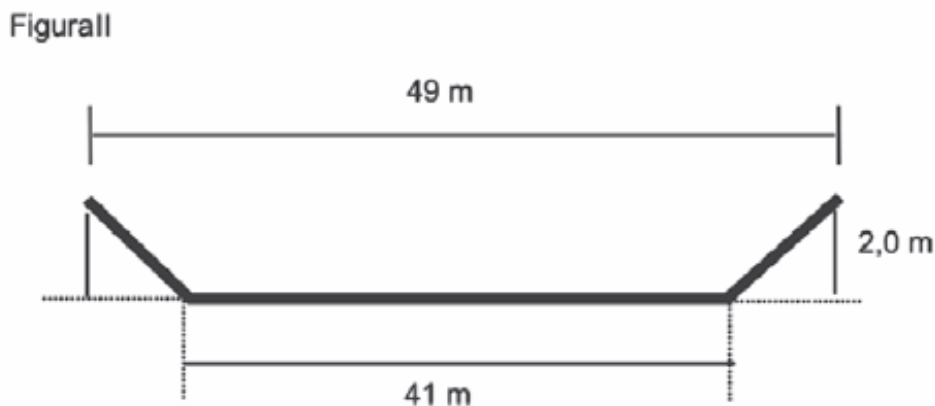
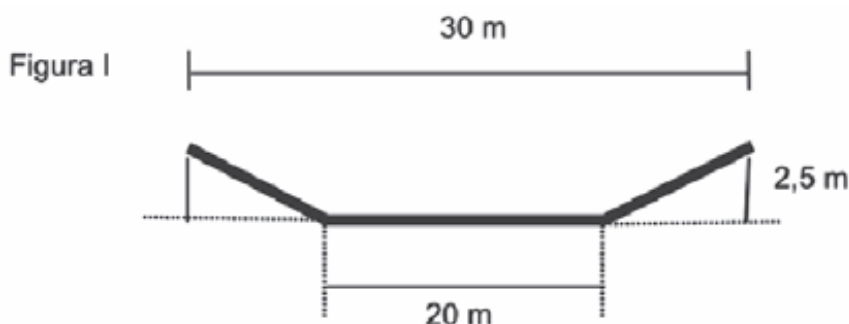
○ **Resolução**

- Primeiramente, iremos colocar os valores de cotação em ordem crescente:

R\$ 73,10 R\$ 81,00 R\$ 82,00 R\$ 83,00 R\$ 84,00 R\$ 84,60 R\$ 85,30

▪ Analisando estes valores, percebemos que possui 7 valores, onde a mediana é o termo central desses preços, então o termo central é **R\$ 83,00**. Logo, a mediana das cotações mensais do ovo extra branco é igual a **R\$ 83,00**.

34. A vazão do rio Tietê, em São Paulo, constitui preocupação constante nos períodos chuvosos. Em alguns trechos, são construídas canaletas para controlar o fluxo de água. Uma dessas canaletas, cujo corte vertical determina a forma de um trapézio isósceles, tem as medidas especificadas na figura I. Neste caso, a vazão da água é de 1.050 m³/s. O cálculo da vazão, Q em m³/s, envolve o produto da área A do setor transversal (por onde passa a água), em m², pela velocidade da água no local, v, em m/s, ou seja, Q = Av. Planeja-se uma reforma na canaleta, com as dimensões especificadas na figura II, para evitar a ocorrência de enchentes.



Na suposição de que a velocidade da água não se alterará, qual a vazão esperada para depois da reforma na canaleta?

- A) 90 m³/s. D) 1.512 m³/s.
 B) 750 m³/s. E) 2.009 m³/s.
 C) 1.050 m³/s.

○ **Resolução**

Sabemos que a área A de um trapézio é calculada da seguinte forma:

$$A = \frac{(b + B) \cdot h}{2}$$

Onde, b: base menor, B: base maior e h: altura

Logo, a Área A₁ do trapézio da figura I é:



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

$$A = \frac{(20 + 30) \cdot 2,5}{2} = 25 \cdot 2,5 = 62,5 \text{ m}^2$$

Como, $Q = Av$ e a vazão $Q_1 = 1.050 \text{ m}^3/\text{s}$ do trapézio da figura I, temos:

$$Q_1 = A_1 v \Rightarrow 1.050 = 62,5v \Rightarrow v = \frac{1.050}{62,5} \Rightarrow v = 16,8 \text{ m/s.}$$

Agora, vamos calcular o valor da área do trapézio da figura II:

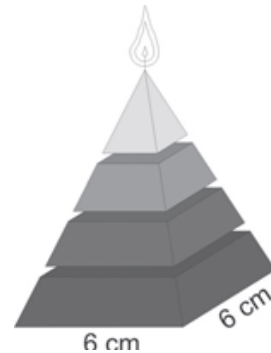
$$A = \frac{(41 + 49) \cdot 2}{2} = 41 + 49 = 90 \text{ m}^2$$

Supondo que a velocidade da água não se altera com a reforma temos que a vazão Q_2 do trapézio da figura II é igual a:

$$Q_2 = A_2 v \Rightarrow Q_2 = 90 \cdot 16,8 = 1512 \text{ m}^3/\text{s}$$

35. Uma fábrica produz velas de parafina em forma de pirâmide quadrangular regular com 19 cm de altura e 6 cm de aresta da base. Essas velas são formadas por 4 blocos de mesma altura — 3 troncos de pirâmide de bases paralelas e 1 pirâmide na parte superior —, espaçados de 1 cm entre eles, sendo que a base superior de cada bloco é igual à base inferior do bloco sobreposto, com uma haste de ferro passando pelo centro de cada bloco, unindo-os, conforme a figura. Se o dono da fábrica resolver diversificar o modelo, retirando a pirâmide da parte superior, que tem 1,5 cm de aresta na base, mas mantendo o mesmo molde, quanto ele passará a gastar com parafina para fabricar uma vela?

- A) 156 cm³. D) 216 cm³.
B) 189 cm³. E) 540 cm³.
C) 192 cm³.



○ Resolução

O volume V de uma pirâmide é calculado da seguinte forma:

$$V = \frac{A_b \cdot h}{3}$$

Onde, A_b : área da base e h : altura

Como a base da pirâmide é um quadrado então:



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

$$V = \frac{(a^2) \cdot h}{3}$$

Onde, a: aresta da base

Calcularemos primeiramente o volume da pirâmide superior da vela, com $a'' = 1,5$ cm e $h'' = 4$ cm, pois a altura total h da pirâmide é de 19 cm, mas como os blocos que formam a pirâmide são espaçados de 1 cm então a temos $h' = 19 - 3 = 16$ cm, e, como cada bloco da pirâmide tem a mesma altura, $h'' = 16/4 = 4$ cm.

O Volume v'' da pirâmide da parte superior é dado por:

$$V'' = \frac{(1,5^2) \cdot 4}{3} = 3\text{cm}^3$$

E o volume da pirâmide com a parte superior é:

$$V' = \frac{(6^2) \cdot 16}{3} = 192\text{cm}^3$$

Deste modo o dono passará a gastar com as parafina pra fabricar a vela:

$$V = 192\text{cm}^3 - 3\text{cm}^3 = 189\text{cm}^3$$

36. A população brasileira sabe, pelo menos intuitivamente, que a probabilidade de acertar as seis dezenas da mega sena não é zero, mas é quase. Mesmo assim, milhões de pessoas são atraídas por essa loteria, especialmente quando o prêmio se acumula em valores altos. Até junho de 2009, cada aposta de seis dezenas, pertencentes ao conjunto $\{01, 02, 03, \dots, 59, 60\}$, custava R\$ 1,50.

Disponível em: www.caixa.gov.br. Acesso em: 7 jul. 2009.

Considere que uma pessoa decida apostar exatamente R\$ 126,00 e que esteja mais interessada em acertar apenas cinco das seis dezenas da mega sena, justamente pela dificuldade desta última. Nesse caso, é melhor que essa pessoa faça 84 apostas de seis dezenas diferentes, que não tenham cinco números em comum, do que uma única aposta com nove dezenas, porque a probabilidade de acertar a quina no segundo caso em relação ao primeiro é, aproximadamente:

- A) $1(1/2)$ vez menor.
- B) $2(1/2)$ vezes menor.
- C) 4 vezes menor.
- D) 9 vezes menor.
- E) 14 vezes menor.

○ **Resolução**

Em cada bilhete, a pessoa pode acertar cinco dezenas de $\binom{6}{5} = 6$ modos. Como foram feitas 84 apostas, e quaisquer duas delas não têm cinco números em comum, tem-se que o total de modos que a pessoa pode acertar cinco dezenas é $n_1 = (84) (6) = 504$.



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

Por outro lado, o número de modos que a pessoa, apostando de uma só vez nove dezenas, pode acertar a quina é $n_2 = \binom{9}{5} = 126$. Dessa forma, denotando por n o número total de jogos que podem ser formados, temos:

A probabilidade de se ganhar na primeira situação é $P_1 = \frac{n_1}{n} = \frac{504}{n}$. E de se ganhar na segunda situação é $P_2 = \frac{n_2}{n} = \frac{126}{n}$.

Logo:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{504}{n}}{\frac{126}{n}} = \frac{504}{126} = 4$$

Daí, a probabilidade da pessoa ganhar na primeira situação é quatro vezes maior do que a probabilidade de ganho na segunda situação.

37. Nos últimos anos, o volume de petróleo exportado pelo Brasil tem mostrado expressiva tendência de crescimento, ultrapassando as importações em 2008. Entretanto, apesar de as importações terem se mantido praticamente no mesmo patamar desde 2001, os recursos gerados com as exportações ainda são inferiores àqueles despendidos com as importações, uma vez que o preço médio por metro cúbico do petróleo importado é superior ao do petróleo nacional. Nos primeiros cinco meses de 2009, foram gastos 2,84 bilhões de dólares com importações e gerada uma receita de 2,24 bilhões de dólares com as exportações. O preço médio por metro cúbico em maio de 2009 foi de 340 dólares para o petróleo importado e de 230 dólares para o petróleo exportado. O quadro a seguir mostra os dados consolidados de 2001 a 2008 e dos primeiros cinco meses de 2009.

Comércio exterior de petróleo
(milhões de metros cúbicos)

Ano	Importação	Exportação
2001	24,19	6,43
2002	22,06	13,63
2003	19,96	14,03
2004	26,91	13,39
2005	21,97	15,93
2006	20,91	21,36
2007	25,38	24,45
2008	23,53	25,14
2009*	9,00	11,00

*Valores apurados de janeiro a maio de 2009.

Disponível em: <http://www.anp.gov.br>.
Acesso em: 15 jul. 2009 (adaptado).

Considere que as importações e exportações de petróleo de junho a dezembro de 2009 sejam iguais a 7/5 das importações e exportações, respectivamente, ocorridas de janeiro a maio de 2009. Nesse caso, supondo que os preços para importação e exportação não sofram alterações, qual seria o valor mais aproximado da diferença entre os recursos despendidos com as importações e os recursos gerados com as exportações em 2009?



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

- A) 600 milhões de dólares.
- B) 840 milhões de dólares.
- C) 1,34 bilhão de dólares.
- D) 1,44 bilhão de dólares.
- E) 2,00 bilhões de dólares.

○ **Resolução**

- Importações do ano 2009

$$340 \text{ dólares} \times 9 \text{ milhões} \times \frac{7}{5} = 4284$$

$$4284 + 2840 \text{ bilhões de dólares gastos} = 7124$$

- Exportações do ano 2009

$$230 \text{ dólares} \times 11 \text{ milhões} \times \frac{7}{5} = 3542$$

$$3542 + 2240 \text{ bilhões de dólares gerados em uma receita} = 5782$$

- Diferença entre importações e exportações

$$7124 - 5782 = 1342 \text{ ou } 1,34 \text{ bilhões de dólares}$$

38. A resolução das câmeras digitais modernas é dada em *megapixels*, unidade de medida que representa um milhão de pontos. As informações sobre cada um desses pontos são armazenadas, em geral, em 3 *bytes*. Porém, para evitar que as imagens ocupem muito espaço, elas são submetidas a algoritmos de compressão, que reduzem em até 95% a quantidade de *bytes* necessários para armazená-las. Considere 1 KB = 1.000 *bytes*, 1 MB = 1.000 KB, 1 GB = 1.000 MB.

Utilizando uma câmera de 2.0 *megapixels* cujo algoritmo de compressão é de 95%, João fotografou 150 imagens para seu trabalho escolar. Se ele deseja armazená-las de modo que o espaço restante no dispositivo seja o menor espaço possível, ele deve utilizar:

- A) um CD de 700 MB.
- B) um *pendrive* de 1 GB.
- C) um HD externo de 16 GB.
- D) um *memory stick* de 16 MB.
- E) um cartão de memória de 64 MB.

○ **Resolução**

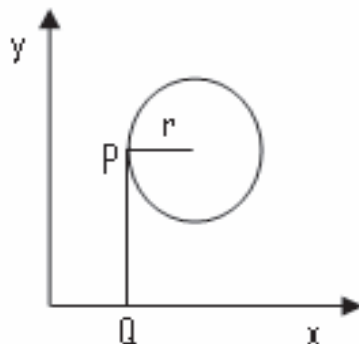
Como reduz 95%, a quantidade de bytes, então resta apenas 0,15 bytes. Como há 2 megapixels e 150 imagens, então basta multiplicar os termos:

$$(0,15)(150)(2000000) = 45000000 / 1000000 = 45 \text{ MB}$$



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

39. Considere um ponto P em uma circunferência de raio r no plano cartesiano. Seja Q a projeção ortogonal de P sobre o eixo x , como mostra a figura, e suponha que o ponto P percorra, no sentido anti-horário, uma distância $d \leq r$ sobre a circunferência.



Então, o ponto Q percorrerá, no eixo x , uma distância dada por:

- A) $r \left(1 - \operatorname{sen} \frac{d}{r} \right)$.
- B) $r \left(1 - \operatorname{cos} \frac{d}{r} \right)$.
- C) $r \left(1 - \operatorname{tg} \frac{d}{r} \right)$.
- D) $r \operatorname{sen} \left(\frac{r}{d} \right)$.
- E) $r \operatorname{cos} \left(\frac{r}{d} \right)$.

○ Resolução

Como o ponto P percorre uma distância $d \leq r$ sobre a circunferência, então considere o seu centro como sendo o ponto C .

O comprimento do segmento PC é r . Considerando um ponto P' da circunferência, onde o arco $PP' \leq r$. Também considere um ponto P'' , a projeção ortogonal de P' sobre o eixo OX e C' a projeção ortogonal de C sobre o eixo OX , como a medida do segmento QC' é r , então a medida do segmento $C'P''$ é:

$r \operatorname{cos} \left(\frac{d}{r} \right)$. Daí, a medida do segmento QP'' é $r - r \operatorname{cos} \left(\frac{d}{r} \right) = r \left(1 - \operatorname{cos} \left(\frac{d}{r} \right) \right)$.

40. Joana frequenta uma academia de ginástica onde faz exercícios de musculação. O programa de Joana requer que ela faça 3 séries de exercícios em 6 aparelhos diferentes, gastando 30 segundos em cada série. No aquecimento, ela caminha durante 10 minutos na esteira e descansa durante 60 segundos para começar o primeiro exercício no primeiro aparelho. Entre uma série e outra, assim como ao mudar de aparelho, Joana descansa por 60 segundos.

Suponha que, em determinado dia, Joana tenha iniciado seus exercícios às 10h30min e finalizado às 11h7min. Nesse dia e nesse tempo, Joana:

- A) não poderia fazer sequer a metade dos exercícios e dispor dos períodos de descanso especificados em seu programa.
- B) poderia ter feito todos os exercícios e cumprido rigorosamente os períodos de descanso especificados em seu programa.
- C) poderia ter feito todos os exercícios, mas teria de ter deixado de cumprir um dos períodos de descanso especificados em seu programa.
- D) conseguiria fazer todos os exercícios e cumpriria todos os períodos de descanso especificados em seu programa, e ainda se permitiria uma pausa de 7 min.



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

E) não poderia fazer todas as 3 séries dos exercícios especificados em seu programa; em alguma dessas séries deveria ter feito uma série a menos e não deveria ter cumprido um dos períodos de descanso.

○ **Resolução**

▪ O tempo de Joana na academia é das 10:30h às 11:07h. Logo, seu tempo é de 37 minutos.

▪ O programa de Joana requer que ela faça 3 séries de exercícios em 6 aparelhos com o tempo de 30 segundos cada série. Então, Joana precisa executar 18 séries de 30 segundos cada. Entre as séries, ela descansa 60 segundos e na troca de aparelhos, também descansa 60 segundos. Então, sua série será dada por:

$$10 \times 60 + 18 \times 60 + 18 \times 30 = 600 + 1080 + 540 = 2220 \text{ segundos}$$

E nos 37 minutos de seu tempo, ela terá

$$37 \times 60 = 2220 \text{ segundos.}$$

Portanto, Joana, nesse dia, executará todas as séries de exercícios e cumprirá rigorosamente todos os períodos de descanso do seu programa.

41. O Indicador do CadÚnico (ICadÚnico), que compõe o cálculo do Índice de Gestão Descentralizada do Programa Bolsa Família (IGD), é obtido por meio da **média aritmética** entre a taxa de cobertura qualificada de cadastros (TC) e a taxa de atualização de cadastros (TA), em que $TC = \frac{NV}{NF}$, $TA = \frac{NA}{NV}$, NV é o número de cadastros domiciliares válidos no perfil do CadÚnico, NF é o número de famílias estimadas como público alvo do CadÚnico e NA é o número de cadastros domiciliares atualizados no perfil do CadÚnico.

Portaria nº 148 de 27 de abril de 2006 (adaptado).

Suponha que o IcadÚnico de um município específico é 0,6. Porém, dobrando NF o IcadÚnico cairá para 0,5. Se $NA + NV = 3.600$, então NF é igual a:

- A) 10.000.
- B) 7.500.
- C) 5.000.
- D) 4.500.
- E) 3.000.

○ **Resolução**

De acordo com a questão, o $ICadÚnico = \frac{TC + TA}{2}$, $TC = \frac{NV}{NF}$ e $TA = \frac{NA}{NV}$

Sabendo que o $ICadÚnico = 0,6$, então $0,6 = \frac{TC + TA}{2} \Rightarrow TC + TA = 1,2$, ou seja,

$$\frac{NV}{NF} + \frac{NA}{NV} = 1,2 \Rightarrow \frac{NV^2 + NANF}{NFNV} = 1,2 \Rightarrow NV^2 + NANF = 1,2NFNV \quad (I)$$



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

Dobrando NF, o IcadÚnico cairá para 0,5, ou seja $,0,5 = \frac{TC + TA}{2} \Rightarrow TC + TA = 1$, assim

$$\frac{NV}{2NF} + \frac{NA}{NV} = 1 \Rightarrow \frac{NV^2 + 2NANF}{2NFNV} = 1 \Rightarrow$$

$$NV^2 + 2NANF = 2NFNV \Rightarrow NV^2 = 2NFNV - 2NANF \text{ (II)}$$

Substituindo (II) em (I), temos:

$$2NFNV - 2NANF + NANF = 1, 2NFNV \Rightarrow 0,8NFNV = NANF \Rightarrow NFNV = \frac{1}{0,8} \cdot NANF \Rightarrow$$

$$NV = 1,25NA$$

$$\text{Ora, mas } NA + NV = 3600, \text{ assim, } NA + 1,25NA = 3600 \Rightarrow 2,25NA = 3600 \Rightarrow NA = 1600$$

Então, de imediato, vem $NV = 2000$.

Para encontrar NF basta substituir $NA = 1600$ e $NV = 2000$ em (I),

$$(2000)^2 + 1600NF = 1,2(2000)NF \Rightarrow 4000000 + 1600NF = 2400NF \Rightarrow$$

$$800 \cdot NF = 4000000 \Rightarrow NF = 5000$$

42. Um artesão construiu peças de artesanato interceptando uma pirâmide de base quadrada com um plano. Após fazer um estudo das diferentes peças que poderia obter, ele concluiu que uma delas poderia ter uma das faces pentagonal. Qual dos argumentos a seguir justifica a conclusão do artesão?

A) Uma pirâmide de base quadrada tem 4 arestas laterais e a interseção de um plano com a pirâmide intercepta suas arestas laterais. Assim, esses pontos formam um polígono de 4 lados.

B) Uma pirâmide de base quadrada tem 4 faces triangulares e, quando um plano intercepta essa pirâmide, divide cada face em um triângulo e um trapézio. Logo, um dos polígonos tem 4 lados.

C) Uma pirâmide de base quadrada tem 5 faces e a interseção de uma face com um plano é um segmento de reta. Assim, se o plano interceptar todas as faces, o polígono obtido nessa interseção tem 5 lados.

D) O número de lados de qualquer polígono obtido como interseção de uma pirâmide com um plano é igual ao número de faces da pirâmide. Como a pirâmide tem 5 faces, o polígono tem 5 lados.

E) O número de lados de qualquer polígono obtido interceptando-se uma pirâmide por um plano é igual ao número de arestas laterais da pirâmide. Como a pirâmide tem 4 arestas laterais, o polígono tem 4 lados.

○ Resolução

O polígono e questão é pentagonal, logo ele deverá ter 5 lados, isso já elimina as alternativas A, B e E, pois nelas o polígono obtido pelo corte do artesão tem apenas 4 lados.

Vamos analisar agora as alternativas C e D, começando pela D:



Professor: Marcelo de Moura Costa – Matemática

A alternativa D diz o seguinte: “O número de lados de qualquer polígono obtido como interseção de uma pirâmide com um plano é igual ao número de faces da pirâmide. Como a pirâmide tem 5 faces, o polígono tem 5 lados.”

O polígono só terá 5 lados se esse plano intersectar a pirâmide nas 5 faces delas.

Se, por exemplo, o plano que intersecta a pirâmide for paralelo a base dessa pirâmide, então ele só irá intersectar as suas faces laterais formando assim um polígono de 4 lados, portanto essa alternativa não é a correta.

A alternativa C diz o seguinte: *Uma pirâmide de base quadrada tem 5 faces e a interseção de uma face com um plano é um segmento de reta. Assim, se o plano interceptar todas as faces, o polígono obtido nessa interseção tem 5 lados.*

Como já havíamos dito se o plano intersectar a pirâmide nas 5 faces delas então o polígono terá 5 lados cada um obtido pelo corte em uma das faces da pirâmide.

43. João deve 12 parcelas de R\$ 150,00 referentes ao cheque especial de seu banco e cinco parcelas de R\$ 80,00 referentes ao cartão de crédito. O gerente do banco lhe ofereceu duas parcelas de desconto no cheque especial, caso João quitasse esta dívida imediatamente ou, na mesma condição, isto é, quitação imediata, com 25% de desconto na dívida do cartão. João também poderia renegociar suas dívidas em 18 parcelas mensais de R\$ 125,00. Sabendo desses termos, José, amigo de João, ofereceu-lhe emprestar o dinheiro que julgasse necessário pelo tempo de 18 meses, com juros de 25% sobre o total emprestado.

A opção que dá a João o menor gasto seria:

A) renegociar suas dívidas com o banco.

B) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação das duas dívidas.

C) recusar o empréstimo de José e pagar todas as parcelas pendentes nos devidos prazos.

D) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cheque especial e pagar as parcelas do cartão de crédito.

E) pegar emprestado de José o dinheiro referente à quitação do cartão de crédito e pagar as parcelas do cheque especial.

○ Resolução

Se João renegociasse suas dívidas, teria como custo:

$$C_a = 18 \cdot (125) = 2250.$$

Caso João pegasse emprestado o dinheiro referente à quitação das duas dívidas, teria como custo:

$$C_b = \left[1500 + \frac{3}{4}(400) \right] \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \right) \Rightarrow$$

$$C_b = 1800 \cdot \left(1 + \frac{1}{4} \right) \Rightarrow$$



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

$$C_b = 2250.$$

Já se João tivesse pagado as dívidas nos devidos prazos, teria o custo:

$$C_c = 12.150 + 5.80 = 2200.$$

E se tivesse tomado emprestado apenas o dinheiro referente à quitação do cheque especial, teria como custo:

$$C_d = 1500 \left(1 + \frac{1}{4}\right) + 400 \Rightarrow$$

$$C_d = 2275.$$

Por fim, pegando emprestado o dinheiro referente à quitação do cartão de crédito, João terá por custo:

$$C_e = 300 \left(1 + \frac{1}{4}\right) + 12 \cdot (150) \Rightarrow$$

$$C_e = 300 + 75 + 1800 = 2175.$$

44. Um médico está estudando um novo medicamento que combate um tipo de câncer em estágios avançados. Porém, devido ao forte efeito dos seus componentes, a cada dose administrada há uma chance de 10% de que o paciente sofra algum dos efeitos colaterais observados no estudo, tais como dores de cabeça, vômitos ou mesmo agravamento dos sintomas da doença. O médico oferece tratamentos compostos por 3, 4, 6, 8 ou 10 doses do medicamento, de acordo com o risco que o paciente pretende assumir. Se um paciente considera aceitável um risco de até 35% de chances de que ocorra algum dos efeitos colaterais durante o tratamento, qual é o maior número admissível de doses para esse paciente?

- A) 3 doses.
- B) 4 doses.
- C) 6 doses.
- D) 8 doses.
- E) 10 doses.

○ **Resolução**

Pede-se o maior número admissível de doses para que um paciente considere aceitável um risco de até 35% de chances de que ocorra algum dos efeitos colaterais durante o tratamento.

Sabe-se que a cada dose administrada há uma chance de 10% de que o paciente sofra algum dos efeitos colaterais. Logo:

Em uma dose, a porcentagem do paciente sofra efeito colateral é:



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

$$100\% - 90\% = 1 - 0,9 = 0,1 = 10\%$$

Em duas doses:

$$100\% - 90\% \times 90\% = 1 - 0,9 \times 0,9 = 1 - 0,81 = 0,19 = 19\%$$

Em três doses:

$$100\% - 90\% \times 90\% \times 90\% = 1 - (0,9)^3 = 1 - 0,729 = 0,271 = 27,1\%$$

Em quatro doses:

$$100\% - 90\% \times 90\% \times 90\% \times 90\% = 1 - (0,9)^4 = 1 - 0,6561 = 0,3439 = 34,39\%$$

Em cinco doses:

$$100\% - 90\% \times 90\% \times 90\% \times 90\% \times 90\% = 1 - (0,9)^5 = 1 - 0,59049 = 0,40951 = 40,951\%$$

Diante desses cálculos, com 6, 8 ou 10 doses, o risco de 35% é ultrapassado.

Logo, o maior número admissível de doses para esse paciente é quatro.

45. A cisterna é um recipiente utilizado para armazenar água da chuva. Os principais critérios a serem observados para captação e armazenagem de água da chuva são: a demanda diária de água na propriedade; o índice médio de precipitação (chuva), por região, em cada período do ano; o tempo necessário para armazenagem; e a área de telhado necessária ou disponível para captação. Para fazer o cálculo do volume de uma cisterna, deve-se acrescentar um adicional relativo ao coeficiente de evaporação. Na dificuldade em se estabelecer um coeficiente confiável, a Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA) sugere que sejam adicionados 10% ao volume calculado de água.

Desse modo, o volume, em m^3 , de uma cisterna é calculado por $V_c = V_d \times N_{dia}$, em que V_d = volume de demanda da água diária (m^3), N_{dia} = número de dias de armazenagem, e este resultado deve ser acrescido de 10%.

Para melhorar a qualidade da água, recomenda-se que a captação seja feita somente nos telhados das edificações.

Considerando que a precipitação de chuva de 1 mm sobre uma área de 1 m^2 produz 1 litro de água, pode-se calcular a área de um telhado a fim de atender a necessidade de armazenagem da seguinte maneira: área do telhado (em m^2) = volume da cisterna (em litros)/precipitação.

Disponível em: www.cnpsa.embrapa.br.
Acesso em: 8 jun. 2009 (adaptado).

Para atender a uma demanda diária de 2.000 litros de água, com período de armazenagem de 15 dias e precipitação média de 110 mm, o telhado, retangular, deverá ter as dimensões mínimas de :



Professor: Marcelo de Moura Costa - Matemática

- A) 6 metros por 5 metros, pois assim teria uma área de 30 m^2 .
- B) 15 metros por 20 metros, pois assim teria uma área de 300 m^2 .
- C) 50 metros por 60 metros, pois assim teria uma área de 3.000 m^2 .
- D) 91 metros por 30 metros, pois assim teria uma área de 2.730 m^2 .
- E) 110 metros por 30 metros, pois assim teria uma área de 3.300 m^2 .

○ **Resolução**

A demanda diária de água é $V_d = 2000 \text{ L} = 2 \text{ m}^3$ e o número de dias de armazenagem é $N_{\text{dia}} = 15$. Então o volume da cisterna é:

$$V_c = V_d \cdot N_{\text{dia}} \left(1 + \frac{1}{10}\right) = 2 \text{ m}^3 \cdot 15 \left(1 + \frac{1}{10}\right) = 30 \text{ m}^3 \left(1 + \frac{1}{10}\right) = 33 \text{ m}^3.$$

Dessa forma, com esta demanda diária e precipitação média $P_m = 110 \text{ mm}$, o área do telhado será:

$$A_t = \frac{V_c}{P_m} = \frac{33 \text{ m}^3}{110 \text{ mm}} = \frac{33 \text{ m}^3}{0,11 \text{ m}} = 300 \text{ m}^2$$

Portanto, como está indicado na alternativa 'b', as dimensões do telhado são 15 m por 20 m .