Professor: Marcelo de Moura

Prova UFMG 2008

1. Considere um reservatório, em forma de paralelepípedo retângulo, cujas medidas são 8m de comprimento, 5 m de largura e 120 cm de profundidade. Bombeia-se água para dentro deste reservatório, inicialmente vazio, a uma taxa de 2 litros por segundo. Com base nessas informações, é correto afirmar que para se encher completamente o reservatório, são necessários:

   Solução:
   Trata-se de uma questão de geometria espacial. Inicialmente seria interessante converter as unidades de medida para dm, devido à relação de $1dm^3 = 1$ litro, embora possa se fazer depois, porém é necessário que todas as unidade sejam iguais.
   $V = 50x80x12 = 48000\ dm^3 = 48000$ litros.
   Temos que: 2 litros - 1 s
   48000 litros - x
   logo: x = 24000 s que convertendo para minutos, dividindo por 60, encontramos a resposta, 400 minutos.

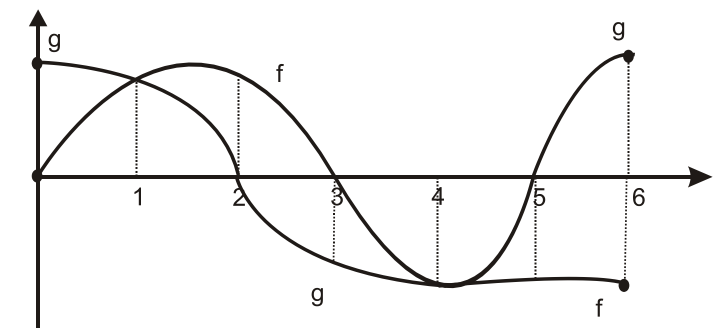
2. Após se fazer uma promoção em um clube de dança, o número de freqüentadores do sexo masculino aumentou de 60 para 84 e, apesar disso, o percentual da participação masculina passou de 30% para 24%. Considerando-se essa informação, é correto afirmar que freqüentam esse clube após a promoção teve aumento de:

   Solução:
   Através de uma simples regra de três:
   60 ___________ 30%
   m ___________ 70% Assim, encontraremos o número inicial de mulheres, ou seja, m = 140 (antes da promoção)

   84 ____________ 24%
   M _____________ 76% Assim encontraremos o número de mulheres após a promoção, ou seja, M = 266.

Com base nesses dados temos que o número total de freqüentadores femininos, inicialmente era de 140 e após a promoção, aumentou para 266. Logo o aumentou foi:
A = [(266/140) – 1] x 100 = 90%.

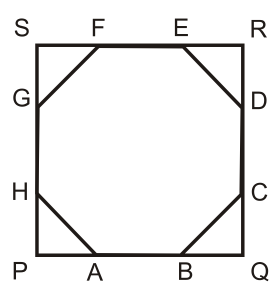
3. Nesse plano cartesiano são representados os gráficos das funções y = f(x) e y = g(x), ambas definidas num intervalo aberto de]0,6[.



Sejam S o subconjunto de números reais definidos por:
$S = \{x \in \mathbb{R} \,/\, f(x).g(x) < 0\}$
Então é correto afirmar que S é:

Solução:
Para um produto ser negativo é necessário que um deles seja negativo e o outro positivo, no caso das funções basta localizar no gráfico o(s) intervalo(s)onde para o mesmo intervalo, um gráfico esteja acima do eixo x e o outro abaixo do eixo x.
$\{x \in \mathbb{R} \,/\, 2 < x < 3\} \cup \{x \in \mathbb{R} \,/\, 5 < x < 6\}$

4. O octógono regular de vértices ABCDEFGH cujos lados medem 1 dm cada está inscrito no quadrado de vértices PQRS, conforme mostra a figura.



Então é correto afirmar que a área do quadrado PQRS:

Solução:

Primeiro denominamos o segmento AP de x e HP também de x, ao aplicarmos o teorema de Pitágoras, encontraremos o valor de x = $\frac{\sqrt{2}}{2}$, como o lado do quadra é 1 + 2x, ou seja, l = $1+\sqrt{2}$.

Para encontramos o valor da área do quadrado basta elevar o lado ao quadrado.

A = l^2 = $(1+\sqrt{2})^2$ = $3+2\sqrt{2}$ (valor encontrado aplicando produtos notáveis,quadrado da soma)

5. Considere uma prova de matemática constituída de 4 questões de múltipla escolha, com quatro alternativas cada uma, das quais apenas uma é correta. Um candidato decide fazer essa prova escolhendo, aleatoriamente, uma alternativa em cada questão. Então é correto afirmar que, a probabilidade desse candidato acertar nesta prova, exatamente uma questão é:

   Solução:

   Primeiro temos que a chance de acertar é ¼ e de errar ¾. Lembrando que o candidato pode acertar a primeira questão e errar as outras, ou acertar a segunda e errar as outras, ou acertar a terceira e errar as outras ou mesmo acertar a quarta e errar as outras:

$$P = \frac{1}{4}.\frac{3}{4}.\frac{3}{4}.\frac{3}{4} + \frac{3}{4}.\frac{1}{4}.\frac{3}{4}.\frac{3}{4} + \frac{3}{4}.\frac{3}{4}.\frac{1}{4}.\frac{3}{4} + \frac{3}{4}.\frac{3}{4}.\frac{3}{4}.\frac{1}{4} = \frac{108}{256} = \frac{27}{64}$$

6. Dois nadadores, posicionados em lados opostos de uma piscina retangular e em raias adjacentes começam a nadar em um mesmo instante, com velocidades constantes. Sabe-se, que nas duas primeiras vezes em que ambos estiveram lado a lado, eles nadaram em sentidos opostos: na primeira, a 15 metros de uma borda e na segunda vez a 12 metros de outra borda. Considerando-se essas informações, é correto afirmar que o comprimento dessa piscina é:

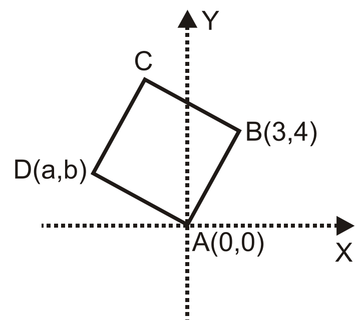
   Solução:

   Lembrando que o tempo é algo comum aos dois nadadores.

Para o nadador A e para o nadador B que a razão dos tempo decorridos nos pontos de encontro são iguais, independente da velocidade e chamando a comprimento de d, e lembrando que t = d / v, temos que $t_1/ t_2 = d_1/d_2$. Vejamos a razão dos tempos de ambos em função da distância.

$\frac{15}{d+12} = \frac{d-15}{2d-12}$ logo, resultará numa equação; $x^2 - 33x = 0$ e somente a raiz não nula servirá como resposta, x = 33 m.

7. Nessa figura, está representado um quadrado de vértices ABCD.



Sabe-se que as coordenadas cartesianas dos pontos A e B são A = (0,0) e B = (3,4). Então é correto afirmar que o resultado da soma das coordenadas do vértice D é:

Solução:
Primeira solução:
Fechando os triângulos com os vértices do quadrado, teremos dois triângulos retângulos congruentes, ou seja, catetos 3 e 4 e o outro triângulo será 4 e 3, ou seja, D(-4,3), somando as coordenadas teremos – 1.

Segunda solução:
Transformamos os pontos em vetores depois passamos para o plano complexo.
DA = BA.rot 90º
D – A = B – A.(cos 90º + i.sen 90º)
D – (0 + 0i) = (3 + 4i).(cos 90º + i.sen 90º)
D = (3 + 4i).(0 + i) = 3i – 4 = - 4 + 3i
Ou seja: D = (- 4, 3)
Somando-se as coordenadas temos que é igual a – 1.

8. Um químico deseja produzir uma solução com pH = 2 a partir de duas soluções: uma com pH = 1 e uma outra com pH = 3. Para tanto ele mistura x litros de solução de pH1 com y litros de solução de pH = 3. Sabe-se que pH = - log $[H^+]$ em que $[H^+]$ é a concentração de íons em um mol por litro. Considerando-se essas informações, é correto que $\frac{x}{y}$ é:

   Solução:
   pH = 1 = - log $[H^+]$, logo, usando a definição, $H^+ = 10^{-1} = 0{,}1$ e a quantidade será 0,1.x
   pH = 3 = - log $[H^+]$, logo, usando a definição, $H^+ = 10^{-3} = 0{,}001$ e a quantidade será 0,001.y
   Lembrando a quantidade resultante da mistura teremos:
   pH = 2 = - log $[H^+]$, logo, usando a definição, $H^+ = 10^{-2} = 0{,}01$ e a quantidade será 0,01.(x + y)
   lembrando que a quantidade de pH 2 será resultante da mistura das outras duas substâncias, teremos:
   0,01.(x + y) = 0,1.x + 0,001.y
   0,01.x + 0,01.y = 0,1.x + 0,001y
   0,01.y – 0,001.y = 0,1.x – 0,01.x
   0,009.y = 0,09.x
   $\frac{x}{y} = \frac{0{,}009}{0{,}09} = \frac{1}{10}$.